

Rapport de Stage de Fin d'Études

Master en Mathématiques Appliquées

Sujet du stage

Optimisation des coûts de production

Présenté par

Job CONGO

Encadrant industriel

Guy LUTRINGER, président de la Fonderie de Niederbronn

Responsable académique

Christophe PRUD'HOMME, responsable du master CSMI

Université de Strasbourg

Faculté de Mathématiques et Informatique

Stage réalisé à

Fonderie de Niederbronn, Niederbronn, France

Dates du stage

Du 11 mars 2024 au 26 juillet 2024

Date de soutenance

30 août 2024



Table des matières

1	Introduction	2
1.1	Contexte	2
1.2	Présentation de la Fonderie de Niederbronn	2
1.3	Description du processus de production	4
1.4	Objectifs	8
1.5	Plan du rapport	8
2	L'étude statistique	9
2.1	Contexte et Objectifs	9
2.2	Les données	11
2.3	Les indicateurs	13
2.4	Les éléments chimiques	16
2.5	Les valeurs extrêmes	17
2.6	Régression Linéaire	19
3	La recette Optimale	24
3.1	Présentation du problème	24
3.2	Modélisation du problème	24
3.3	L'algorithme du simplexe	26
3.4	Implémentation et Résultats	28
4	Le Traitement au Magnésium de la fonte GS	33
4.1	Présentation du problème	33
4.2	Implémentation et Résultats	37
A	La recette optimale	40

1 Introduction

1.1 Contexte

La fonderie est un secteur industriel clé qui se spécialise dans la fabrication de pièces moulées en métal. Elle englobe une large gamme d'alliages, allant du fer à l'aluminium en passant par le cuivre, répondant ainsi aux besoins diversifiés de l'industrie moderne. Ce secteur joue un rôle essentiel dans la production de composants pour de nombreuses applications industrielles.

Ce rapport de stage présente une analyse des activités réalisées au sein de l'équipe Informatique de la Fonderie de Niederbronn. Ce stage a eu lieu sur une période de quatre mois, du 11 mars au 26 juillet 2024.

1.2 Présentation de la Fonderie de Niederbronn

La Fonderie de Niederbronn, fondée en 1769, est un partenaire clé dans la production de pièces en fonte. Grâce à son expérience et son savoir-faire, l'entreprise produit des pièces en fonte à graphite lamellaire (GL) et à graphite sphéroïdal (GS) pour une clientèle industrielle variée, aussi bien en France qu'à l'international. L'usine est située au Nord-Est de la France à Niederbronn près de Strasbourg.

Capacités et Installations de Production

Moyens de Fusion :

- 2 fours Junker 5T d'une puissance de 4MW.

Lignes de Moulage :

- **DISAMATIC 270** : Coulée automatique verticale pour des pièces jusqu'à 950 x 700 mm et un poids maximum de 40 kg.
- **HWS** : Coulée automatique horizontale pour des pièces de dimensions jusqu'à 1600 x 1400 mm et un poids maximum de 750 kg.

Moyens de Noyautage :

- 5 machines à noyauter avec une capacité de production allant de 1 à 100 litres et des noyaux jusqu'à 300 kg.

Moyens de Peinture :

- 2 lignes de peinture liquide pouvant traiter des pièces jusqu'à 500 kg. Peintures disponibles : primaire d'accrochage, peinture résistante aux brouillards salins de 300h, haute température (600°C).

Moyens d'Usinage :

- Tours et centres d'usinage CNC avec des capacités variées pour des pièces de grandes dimensions (jusqu'à 1200 x 1000 x 600 mm).

Contrôle Qualité

La Fonderie de Niederbronn attache une grande importance à la qualité de ses produits, mise en œuvre à travers divers contrôles :

- **Dimensionnel** : Utilisation de bras FARO et scan 3D.
- **Non Destructif** : Banc de magnétoscopie et contrôle par ultrasons.
- **Caractéristiques Mécaniques** : Traction, contrôle de dureté, résilience.
- **Métallurgiques** : Spectrométrie et micrographie.

Secteurs d'Activité

La Fonderie de Niederbronn sert plusieurs secteurs industriels et domestiques, en fournissant des pièces spécifiques adaptées aux besoins de chaque domaine.

- **Usage Industriel** : Le Machinisme Agricole, les Machines du BTP, les Pièces Hydrauliques,...
- **Usage Domestique** : Les Corps de Chaudière et Radiateurs, les Poêles et Inserts de Cheminée,...

Chiffres Clés et Ressources Humaines

- **Nombre de Collaborateurs** : 170.
- **Capacité de Fusion** : 20 000 tonnes par an.
- **Chiffre d'Affaires** : 23 millions d'euros pour l'exercice 2023.

Cette présentation met en lumière l'expertise, les capacités de production, et l'engagement qualité de la Fonderie de Niederbronn, faisant d'elle un acteur incontournable dans le secteur de la fonderie.



FIGURE 1 – Vues extérieure et aérienne de la Fonderie de Niederbronn

1.3 Description du processus de production

La production de pièces en fonte suit un processus ordonné et méticuleux, composé de plusieurs étapes interconnectées qui garantissent la qualité et la durabilité des produits finis. Chaque étape, depuis la préparation des matériaux jusqu'au produit final, est cruciale pour obtenir des pièces répondant aux exigences techniques et aux normes industrielles. Le schéma ci-dessous illustre ce flux de production, offrant une vue d'ensemble des différentes phases.

Le processus de fabrication de la fonte

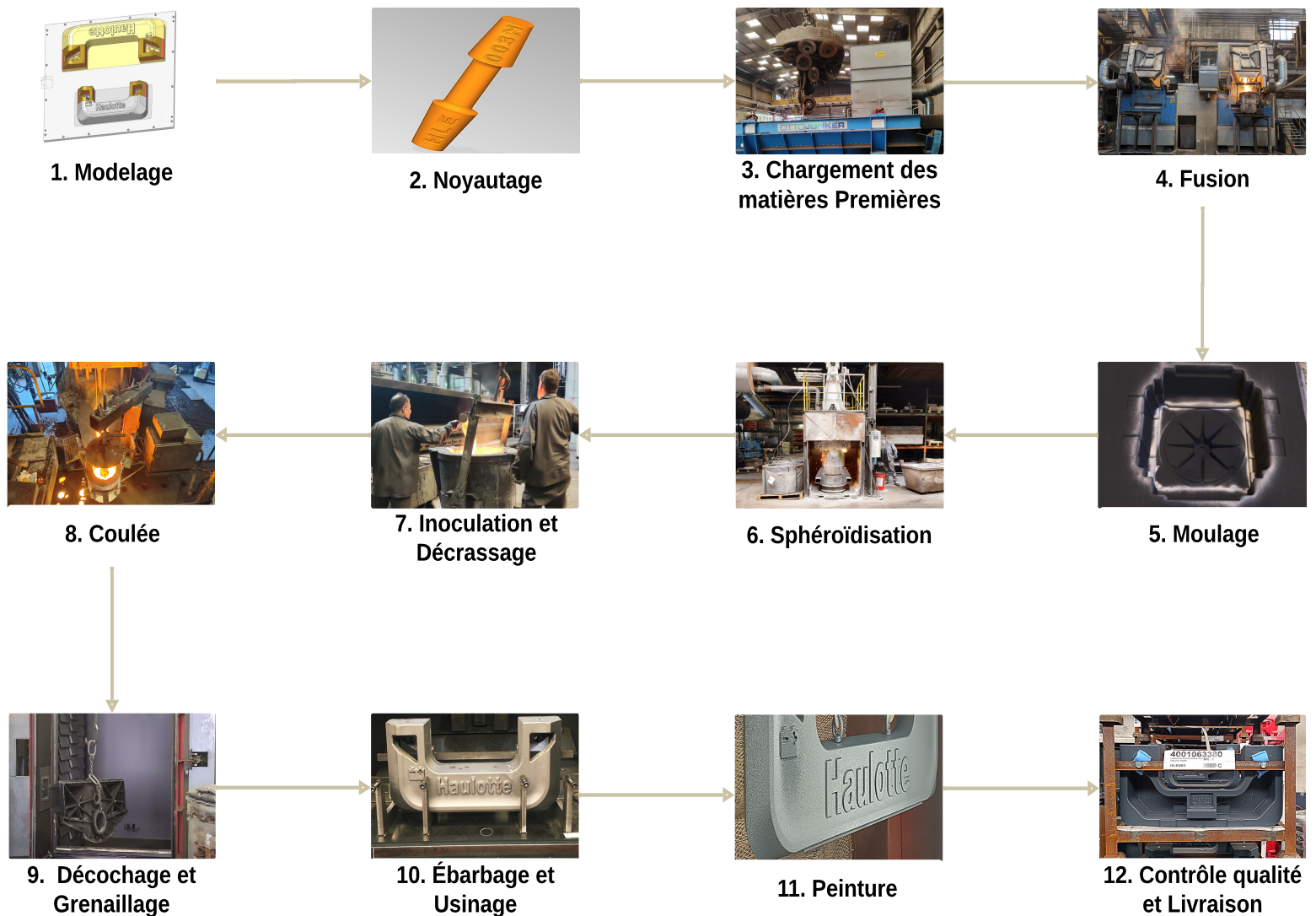


FIGURE 2 – Flux de production des pièces en fonte.

1. **Modelage** : Le modelage est l'une des premières étapes de la production en fonderie. Il consiste à préparer le modèle pour la coulée. La pièce finale est d'abord conçue numériquement à l'aide de logiciels de CAO. Une fois la conception validée, un modèle physique est fabriqué en métal.

2. **Noyautage** : Le noyautage constitue une étape importante dans le processus de fabrication des pièces moulées, notamment pour créer des formes internes complexes ou des cavités spécifiques. Semblables au moule, les noyaux sont souvent réalisés en sable et façonnés à l'aide de boîtes à noyaux qui leur confèrent la géométrie requise. Ces noyaux jouent un rôle déterminant en permettant la formation de canaux et d'autres détails internes indispensables à la pièce finale. Une fois confectionnés, ils sont positionnés avec précision dans le moule, où ils doivent être solidement fixés afin d'éviter tout déplacement pendant la coulée.
3. **Chargement des matières premières** : Cette étape consiste à préparer les matériaux de base nécessaires à la production de la fonte, tels que le cuivre et les déchets métalliques provenant d'autres industries. Le choix des matériaux est crucial, car leur composition chimique influence directement les propriétés mécaniques de la fonte. Une sélection est donc effectuée pour s'assurer que certains éléments chimiques ne compromettent pas la qualité du produit final.

Voici une illustration des matières premières utilisées dans la fonderie :



FIGURE 3 – Les retours et les Frites Haut Silicium



FIGURE 4 – Les Fontes d'affinages et les Disques

4. **Fusion** : Après la sélection des métaux, ceux-ci sont fondus dans un four à induction qui atteint des températures (environ 1500 degrés Celsius) suffisamment élevées pour les transformer en métal liquide.
5. **Moulage** : Le moule, généralement réalisé en sable mélangé à de l'argile et de l'eau, est compacté autour du modèle. Le sable doit être suffisamment résistant pour supporter le poids du métal fondu sans se désagréger. Après compactage, le modèle est retiré et les parties du moule sont assemblées. Des conduits de coulée sont ensuite ajoutés pour permettre au métal fondu de remplir la cavité du moule.
6. **Sphéroïdisation** : Cette étape est spécifiquement dédiée aux fontes à graphite sphéroïdal (fonte GS). La sphéroïdisation est un procédé essentiel visant à optimiser les propriétés mécaniques de la fonte, en particulier sa ductilité et sa résistance à la traction. Ce processus repose sur l'ajout de magnésium à la fonte liquide, favorisant ainsi la formation de graphite sous forme sphéroïdale plutôt que lamellaire. L'ajout de magnésium se fait souvent à travers un alliage, tel que le fil fourré. Cette transformation microstructurale, en remplaçant les lamelles de graphite par des sphéroïdes, permet d'améliorer significativement les performances mécaniques et la durabilité de la fonte, la rendant ainsi plus adaptée aux applications exigeantes.
7. **Inoculation et Décrassage** : L'inoculation garantit une précipitation homogène et fine du graphite, minimisant ainsi les défauts structuraux. Cette étape est cruciale pour obtenir une distribution optimale du graphite sphéroïdal, améliorant ainsi les performances mécaniques de la pièce.
Le décrassage, quant à lui, consiste à éliminer les impuretés superficielles. Cette opération est indispensable pour maintenir la pureté du métal et éviter tout défaut dans les pièces finies, garantissant ainsi une coulée propre et de haute qualité.
8. **Coulée** : La coulée est l'étape où la fonte liquide, préparée et traitée lors des phases précédentes, est soigneusement versée dans le moule à travers un système de conduits conçu pour guider le métal dans toutes les parties de la cavité. Ce processus est crucial, car il détermine la répartition uniforme du métal dans le moule, assurant ainsi une formation correcte et homogène de la pièce.
Une fois le métal versé, il commence à refroidir progressivement, entraînant sa solidification à l'intérieur du moule. Pendant cette phase, le métal adopte la forme précise de la cavité, qui a été façonnée par le modèle et complétée par les noyaux pour former les détails internes complexes. Le contrôle du refroidissement est essentiel, car une solidification trop rapide ou inégale peut entraîner des tensions internes ou des défauts structuraux. Ainsi, cette étape marque le point de transition du métal liquide à l'état solide, donnant naissance à la pièce brute.
9. **Décochage et Grenailage** : Après la solidification complète du métal, le moule est démonté pour extraire la pièce coulée. Cette opération implique souvent la destruction du moule. Les noyaux en sable, utilisés pour créer les cavités internes de la pièce, sont retirés par des procédés mécaniques tels que des vibrations ou des chocs.
Une fois la pièce extraite, elle subit un processus de grenailage, qui consiste à projeter des billes d'acier ou d'autres matériaux abrasifs à haute vitesse sur sa surface. Cette

étape a pour objectif de nettoyer la pièce en éliminant les résidus de sable et autres impuretés qui se sont formées durant la coulée.

10. **Ébarbage et Usinage** : Après le démoulage, la pièce brute nécessite encore d'autres opérations de finition. Le processus d'ébarbage consiste à éliminer les bavures, ou les métaux indésirables qui se forment le long des lignes de joint du moule ou au niveau des conduits de coulée.

Une fois ébarbée, la pièce peut passer à l'usinage, une opération plus précise qui vise à atteindre les dimensions désirées. L'usinage permet également d'améliorer la qualité de surface en la rendant plus lisse et conforme aux exigences fonctionnelles de la pièce.

11. **Peinture** : La peinture est appliquée sur la pièce pour assurer à la fois une protection contre la corrosion et un aspect esthétique. Avant l'application de la peinture, la surface de la pièce doit être soigneusement nettoyée et préparée afin de garantir une adhérence optimale du revêtement. Une fois la surface préparée, la peinture est appliquée par pulvérisation, trempage, ou encore au pinceau.
12. **Contrôle qualité et Livraison** : Avant la livraison des pièces finales, un contrôle qualité est effectué pour s'assurer qu'elles répondent aux normes et aux spécifications requises. La composition chimique de la pièce et des tests de traction, de dureté, est analysée pour s'assurer qu'elle correspond aux spécifications du client.

1.4 Objectifs

Ce stage est réalisé dans le cadre d'un projet financé par un crédit d'impôt recherche. Son objectif principal est d'optimiser l'utilisation des matières premières recyclées dans la production de fonte. Plus précisément, le stage vise à développer des méthodes de modélisation puis d'automatiser les processus associés au choix et aux quantités des matières premières utilisées.

Les missions confiées dans ce cadre sont les suivantes :

- **Modélisation du système** : Développer des modèles mathématiques pour représenter le système de gestion des matières premières.
- **Optimisation des coûts** : Contribuer à réduire les coûts de production en automatisant les processus de sélection et de gestion des matières premières.
- **Participer à d'autres problèmes d'optimisation** : Contribuer à d'autres défis liés à l'optimisation des procédés de production de fonte.

1.5 Plan du rapport

Ce rapport est organisé en plusieurs sections principales. Il débute par un contexte général qui présente la Fonderie de Niederbronn et décrit son processus de production. La section suivante est dédiée à une étude statistique visant à prédire la qualité des pièces en fonction de leur composition chimique. Ensuite, une partie du rapport est consacrée à

la détermination de la recette optimale des matières premières. Cette analyse a pour but d’optimiser la sélection et les proportions des matériaux utilisés dans la production de fonte. Une autre section du rapport examine le processus de sphérodisation, avec pour objectif de réduire les coûts de production associés à cette étape et de garantir son bon fonctionnement. Le rapport se conclut par une synthèse des principaux résultats et enseignements tirés du stage.

2 L’étude statistique

2.1 Contexte et Objectifs

Au sein de la fonderie, deux mesures normatives sont utilisées pour évaluer les propriétés mécaniques de la fonte : la résistance mécanique, exprimée en MPa (mégapascals), et l’allongement, exprimé en pourcentage. La résistance mécanique mesure la capacité de la fonte à résister à une force ou à une contrainte avant de se rompre. Exprimée en mégapascals (MPa), cette valeur indique la force maximale que le matériau peut supporter par unité de surface. Ainsi une résistance mécanique élevée signifie que la pièce en fonte pourra supporter des charges importantes sans se casser. L’allongement est une mesure de la capacité du matériau à se déformer sous tension avant de se rompre. Il est exprimé en pourcentage et indique à quel point la pièce peut s’étirer avant de casser. Un allongement plus élevé signifie que le matériau est plus ductile, c’est-à-dire capable de se déformer sans se briser.

En complément de ces deux mesures normatives, des analyses de la composition chimique de la fonte sont également réalisées. A partir de cette composition chimique, des indicateurs de qualité sont calculés par des combinaisons linéaire de ses éléments chimiques.

Voici les principales formules proposées par différents auteurs pour essayer d’apprécier l’action globale de ces divers éléments soit sur la matrice, soit sur la forme du graphite.

1 L’indice d’impureté I, proposé par S. PARENT-SIMONIN et J.C. MARGERIE, est un indicateur utilisé pour prédire la structure d’une fonte après moulage. Ce modèle tient compte de la classe de la fonte, notamment de sa teneur en silicium, un élément crucial influençant sa solidification.

L’idée principale derrière cet indice est de déterminer la qualité de la fonte après un processus de refusion, c’est-à-dire après que la fonte a été refondue dans des conditions spécifiques.

$$\text{Impureté \%} = 4.9(\text{Cu \%}) + 0.37(\text{Ni \%}) + 0.37(\text{Cr \%}) + 7.9(\text{Mo \%}) + 4.4(\text{Ti \%}) \\ + 39.0(\text{Sn \%}) + 0.44(\text{Mn \%}) + 5.6(\text{P \%})$$

2 Dans les fontes à graphite sphéroïdal à l’état brut de coulée, MOTZ et ORTHS proposent une formule de régression donnant le pourcentage de ferrite en fonction de certains éléments présents :

$$\text{Ferrite \%} = 92.3 - 96.2(\text{Mn \%}) - 211(\text{Cu \%}) - 14270(\text{Pb \%}) - 2815(\text{Sb \%})$$

Il apparaît que le plomb et l'antimoine ont une action prépondérante.

3 Pour K. ONO, H. TANIMURA, K. KODAMA et K. SATO, qui ont étudié l'influence des oligo-éléments sur les moulages, la pureté doit être la plus grande possible aussi bien pour assurer de hautes caractéristiques dans la fonte à graphite lamellaire que pour avoir une graphitisation rapide dans la fonte malléable ou bien encore, obtenir une sphéricité parfaite du graphite dans les fontes à graphite sphéroïdal. Pour cela, ils préconisent que :

$$\text{Pureté ONO \%} = \text{Cu \%} + \text{Ti \%} + \text{Ni \%} + \text{Cr \%} + \text{V \%} + \text{Al \%} + \text{As \%} + \text{Sn \%} \\ + \text{Pb \%} + \text{Sb \%} + \text{Bi \%}$$

Toutefois une ferrite trop pure, par exemple dans les fontes malléables, peut conduire à une basse limite d'élasticité.

4 T. THIELEMANN propose de considérer que la fonte à graphite sphéroïdal est pure si l'expression ci-dessous est vérifiée :

$$\text{Pureté THIELEMANN \%} = 4.4(\text{Ti \%}) + 2.0(\text{As \%}) + 2.3(\text{Sn \%}) + 5.0(\text{Sb \%}) \\ + 290(\text{Pb \%}) + 370(\text{Bi \%}) + 1.6(\text{Al \%})$$

5 H. MAYER maintient la relation

$$\text{Pureté MAYER \%} = \text{Ti \%} + \text{Pb \%} + \text{Bi \%} + \text{Sb \%}$$

pour que le graphite soit sphéroïdal dans les pièces d'épaisseur supérieure à 100 mm.

L'objectif principal de cette étude est d'évaluer la pertinence de ces cinq indicateurs de qualité par rapport aux deux mesures normatives, et d'identifier les meilleurs indicateurs pour prédire les performances mécaniques de la fonte. Une fois les meilleurs indicateurs sélectionnés, nous déterminerons leurs intervalles de prédiction, ce qui permettra d'anticiper les performances de la fonte en fonction de sa composition chimique.

2.2 Les données

Les données utilisées dans cette étude proviennent de deux instruments de mesure principaux. La résistance mécanique et l'allongement des échantillons de fonte sont mesurés à l'aide d'une machine de traction. Cette machine permet de déterminer la capacité du matériau à supporter des forces et sa ductilité sous contrainte. En parallèle, la composition chimique des échantillons est analysée à l'aide d'un spectromètre. Cet appareil fournit des informations détaillées sur la concentration des différents éléments chimiques présents dans la fonte. Les données utilisées sont ensuite exportées sous forme de fichiers Excel, à partir du logiciel Windev. Les données peuvent être regroupées en plusieurs catégories : les variables quantitatives, les indicateurs de qualité, les variables qualitatives, et les éléments chimiques, pour un total de 38 caractéristiques.

Les variables quantitatives :

- Rm : Résistance mécanique à la traction.
- Rp0.2 : Limite d'élasticité à 0,2% de déformation.
- A% : Allongement à la rupture en pourcentage.
- Contre-essai A% : Contre-essai de l'allongement à la rupture en pourcentage.
- Moyenne allongement : Moyenne de l'allongement à la rupture en pourcentage.

Les indicateurs :

- Impureté : Pourcentage d'impureté dans l'échantillon.
- % Ferrite : Pourcentage de ferrite dans l'échantillon.
- ONO, TANIMURA, ... : un indicateur de qualité en pourcentage.
- THIELMANN : un indicateur de qualité en pourcentage.

Les variables qualitatives :

- Recette : Nom ou code de la recette associée à l'échantillon.
- Date : Date à laquelle la coulée a été effectuée.
- Poche/Four/Barreau : Indication sur la provenance de l'échantillon (poche, four, barreau, etc.).
- Conforme ? : Indique si l'échantillon est conforme (1) ou non conforme (0) aux critères définis.
- Pièces : Référence des pièces.
- Observations : Commentaires ou observations sur l'échantillon.
- Comment. RQ : Commentaires ou remarques supplémentaires du responsable qualité.

Les éléments chimiques :

- C, Si, Mn, P, Cr, Mo, Cu, Sn, Mg, Ce, Ca, Al
- Zn, Ti, S, Sn, V, Pb, Al, Bi, B, Te, Sb, As, Ti

Selon la littérature, on classe les éléments chimiques en plusieurs catégories :

- **Les éléments d'alliage** : C, Si, Mn, P, Cr, Mo, Cu, Sn
- **Les éléments de traitement** : Mg, Ce, Ca, Al
- **Les éléments polluants** : Zn, Ti, S, Sn, V
- **Les éléments poisons** : Pb, Al, Bi, B, Te, Sb, As, Ti

En 2024, 209 données ont été collectées, et 308 en 2023, pour un total de 517 données. La fonderie produit quatre nuances de fontes GS : GS 600-3, GS 450-10, GS 500-7, et GS 400-15. Les données collectées se répartissent ainsi : 10 pour la GS 400-15, 92 pour la GS 450-10, 29 pour la GS 500-7, et 45 pour la GS 600-3. En raison du nombre limité de données disponibles pour certaines nuances, l'étude statistique se concentrera exclusivement sur la GS 450-10.

La Figure 5 ci-dessous illustre l'état initial des données avant tout processus de nettoyage ou d'analyse.

Recette	Date	Poche/Four/ Barreau	Conforme ?	Rm	Rp0.2	A%	Contre-essai A%	Moyenne allongement	Pièces	Observations
GS 450-10	04/09/2023	247NF03	1	548	331	12,4	12,6	12,5		
GS 450-10	04/09/2023	247NF02	1	550	325	14,6	14,8	14,7	YAN026	
GS 450-10	07/09/2023	250NF06 -1	1	555	394	9,7	10	9,8	YAN026	Conforme

Comment. RQ	Impureté	% Ferrite	ONO, TANIMURA, ...	THIELMANN	PJ	C	Si	Mn	Cu	Cr	P
	1,42	17,62	0,16	1,27	0	3,704	2,574	0,207	0,057	0,042	0,032
	1,43	19,99	0,17	1,27	0	3,517	2,67	0,2	0,059	0,044	0,033
	1,64	15,15	0,18	1,29	0	3,316	2,999	0,233	0,051	0,042	0,025

Ni	Mo	Sn	Sb	Ca	Ba	Al	S	Mg	Pb	Ti	As	Bi	V
0,013	0,001	0,023	0,005			0,011	0,011	0,043	0,002	0,01	0,005	0,001	0,002
0,014	0,001	0,024	0,005			0,01	0,012	0,044	0,002	0,011	0,006	0,001	0,002
0,014	0,002	0,016	0,005			0,014	0,003	0,036	0,002	0,013	0,001	0,001	0,002

FIGURE 5 – Visualisation des données brutes

Avant d'utiliser les données pour l'analyse, plusieurs étapes de prétraitement ont été réalisées pour garantir leur qualité et leur pertinence. Voici les principales opérations effectuées :

- **Nettoyage des données :**
 - Suppression des colonnes non pertinentes : Date, Rp0.2, A%, Contre-essai A%, Pièces, Observations, Comment. RQ, PJ, Ca, Ba.
 - Élimination des lignes incomplètes contenant des valeurs manquantes.
- **Ajout d'indicateurs :**
 - Introduction de l'indicateur de Pureté MAYER pour compléter les données disponibles.
- **Mise en forme des données :**
 - Renommage des colonnes pour une meilleure clarté et compréhension.
 - Segmentation des données en fonction du type de recette pour une analyse plus ciblée.
 - Classification des données selon la conformité de l'échantillon afin de faciliter les comparaisons.

Recette	Numéro de four	Conforme ?	Rm [MPa]	Moyenne allongement [%]	Impureté [%]	Ferrite [%]	Pureté ONO [%]	Pureté THIELMANN [%]	Pureté MAYER [%]	C [%]
GS 450-10	247NF03	1	548	12,5	1,52	17,74	0,17	1,1	0,018	3,704
GS 450-10	247NF02	1	550	14,7	1,58	18	0,18	1,11	0,019	3,517
GS 450-10	250NF06 -1	1	555	9,8	1,21	16,51	0,16	1,09	0,021	3,316

Si [%]	Mn [%]	Cu [%]	Cr [%]	P [%]	Ni [%]	Mo [%]	Sn [%]	Sb [%]	Al [%]	S [%]	Mg [%]	Pb [%]	Ti [%]	As [%]	Bi [%]	V [%]
2,574	0,207	0,057	0,042	0,032	0,013	0,001	0,023	0,005	0,011	0,011	0,043	0,002	0,01	0,005	0,001	0,002
2,67	0,2	0,059	0,044	0,033	0,014	0,001	0,024	0,005	0,01	0,012	0,044	0,002	0,011	0,006	0,001	0,002
2,999	0,233	0,051	0,042	0,025	0,014	0,002	0,016	0,005	0,014	0,003	0,036	0,002	0,013	0,001	0,001	0,002

FIGURE 6 – Visualisation des données nettoyées

2.3 Les indicateurs

À présent, nous allons évaluer la pertinence des cinq indicateurs de qualité à la vue des deux mesures normatives, à savoir l'allongement et la résistance mécanique. Pour ce faire, nous utilisons le coefficient de corrélation de Pearson, un outil statistique permettant de mesurer la force et la direction de la relation linéaire entre deux variables quantitatives.

Le coefficient de corrélation de Pearson (r), se calcule à partir des covariances des deux variables et des écarts-types respectifs. Il est défini par la formule suivante :

$$r = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

où :

- $\text{Cov}(X, Y)$ est la covariance des variables X et Y ,
- σ_X et σ_Y sont les écarts-types des variables X et Y .

Le coefficient r prend des valeurs comprises entre -1 et 1 :

- Un coefficient proche de 1 indique une forte corrélation positive, c'est-à-dire que lorsque la valeur de l'une des variables augmente, celle de l'autre augmente également de manière proportionnelle.
- Un coefficient proche de -1 indique une forte corrélation négative, signifiant qu'une augmentation de la première variable entraîne une diminution proportionnelle de la seconde.
- Un coefficient proche de 0 suggère une absence de corrélation linéaire entre les deux variables, indiquant que les variations de l'une ne sont pas prévisibles à partir des variations de l'autre.

Après le calcul des coefficients de corrélation de Pearson, l'objectif est de classer ces indicateurs. Pour effectuer ce classement, nous utilisons la formule suivante pour établir un score global pour chaque indicateur :

$$\text{Score} = \frac{|\text{Corrélation avec Rm}| + |\text{Corrélation avec l'Allongement}|}{2}$$

Une fois ce classement établi, nous conservons uniquement les indicateurs présentant la dépendance linéaire la plus forte avec les deux mesures normatives.

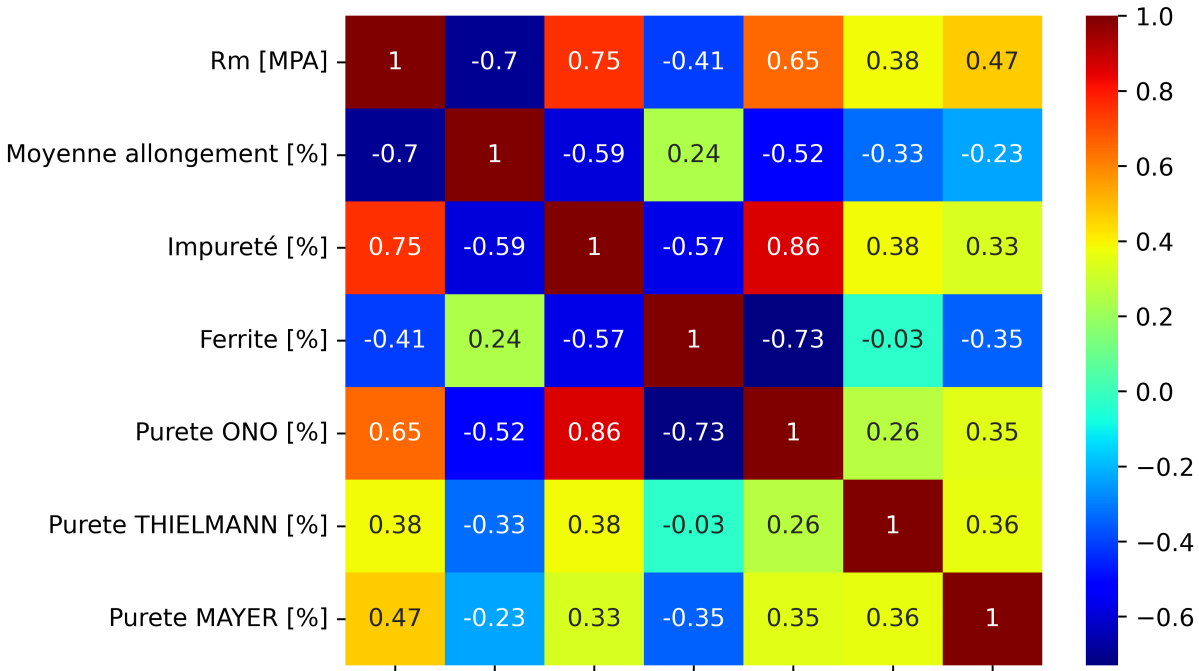


FIGURE 7 – Corrélation entre les indicateurs et les mesures normatives

Classement des indicateurs :

- Impureté [%] : 0.673506
- Pureté ONO [%] : 0.583101
- Pureté THIELMANN [%] : 0.353988
- Pureté MAYER [%] : 0.346637
- Ferrite [%] : 0.327601

L'analyse des corrélations a révélé plusieurs relations importantes. Une corrélation positive modérée de 0,65 a été observée entre la résistance à la traction Rm et l'allongement moyen, indiquant qu'une meilleure résistance est associée à une organisation plus homogène des matériaux. De même, une corrélation positive de 0,62 entre Rm et la pureté ONO suggère que la pureté chimique améliore la résistance mécanique.

En outre, une très forte corrélation positive de 0,86 a été trouvée entre l'allongement moyen et la teneur en ferrite, ce qui indique des mécanismes communs influençant ces deux variables. Cependant, une corrélation négative modérée de -0,41 a été identifiée entre Rm et la ferrite, suggérant que des niveaux plus élevés de ferrite diminuent la résistance mécanique. Enfin, une corrélation négative de -0,52 entre Rm et la pureté THIELMANN montre qu'une pureté plus élevée est liée à une réduction de la résistance à la traction. En ce qui concerne les scores, l'impureté et la pureté obtiennent les meilleurs résultats, avec des scores de 0,67 et 0,5 respectivement, et sont donc retenues pour la suite de l'analyse.

2.4 Les éléments chimiques

La figure ci-dessous illustre la matrice de corrélation entre l'impureté et les éléments chimiques. Cette analyse permet d'identifier les variables les plus influentes et d'évaluer leur impact réel sur la résistance mécanique et l'allongement des matériaux.

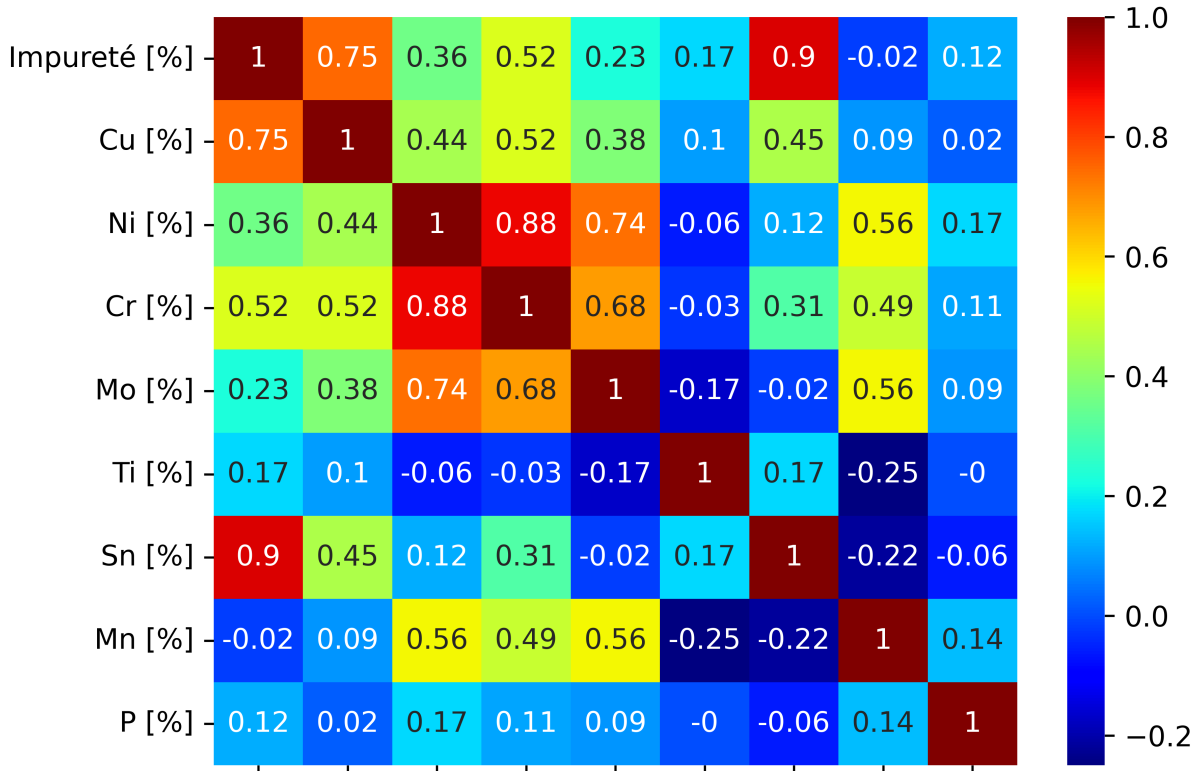


FIGURE 8 – Corrélation entre l'impureté et les éléments chimiques

Il existe une forte corrélation positive entre le cuivre (Cu) et l'impureté, avec un coefficient de corrélation de 0,75, ainsi qu'entre l'étain (Sn) et l'impureté, avec une corrélation de 0,9. Par ailleurs, les impuretés présentent une corrélation modérée avec le nickel (Ni) (0,36) et le chrome (Cr) (0,52), suggérant également une relation positive avec ces éléments. En revanche, les corrélations avec les autres éléments chimiques sont faibles et donc peu significatives.

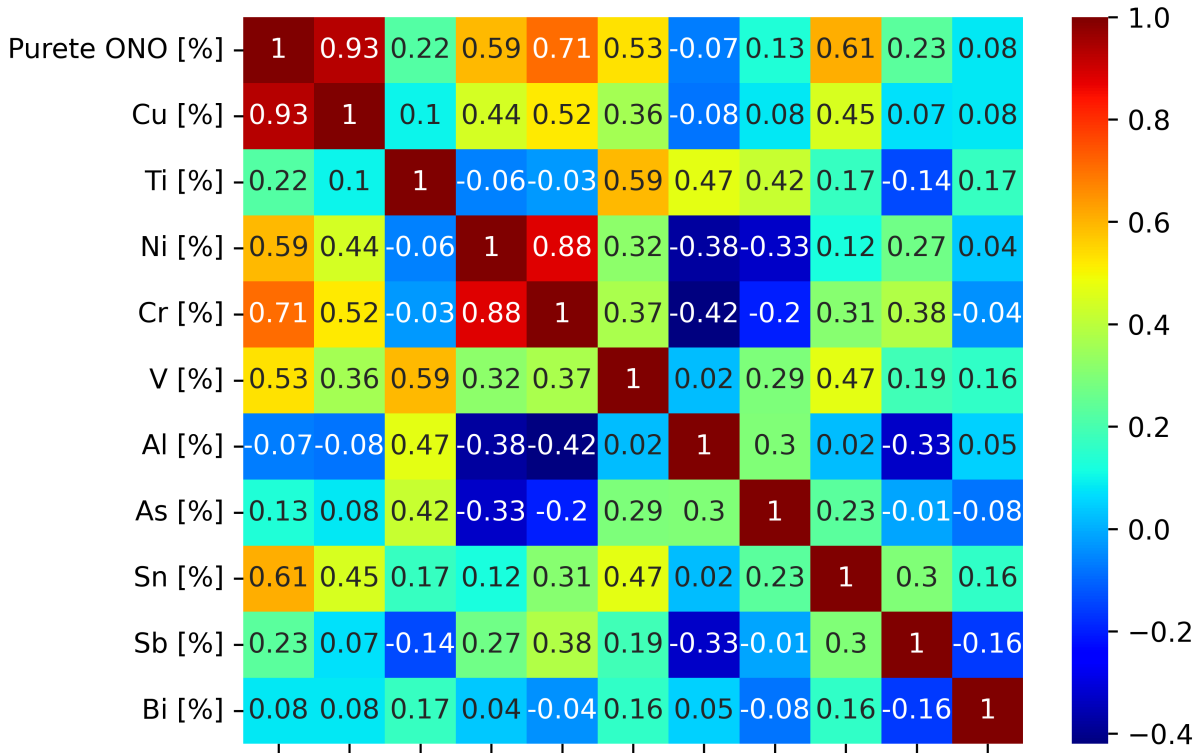


FIGURE 9 – Corrélation entre la pureté ONO et les éléments chimiques

La pureté ONO [%] présente une forte corrélation positive avec le cuivre (Cu [%], 0.93) et le titane (Ti [%], 0.92), suggérant leur impact majeur sur cette pureté. Des corrélations modérées existent avec le nickel (Ni [%], 0.59) et le chrome (Cr [%], 0.53). En revanche, des éléments comme le stibium (Sb [%]), le bismuth (Bi [%]), et l'aluminium (Al [%]) montrent des corrélations faibles ou négligeables, indiquant un impact limité sur la pureté ONO.

2.5 Les valeurs extrêmes

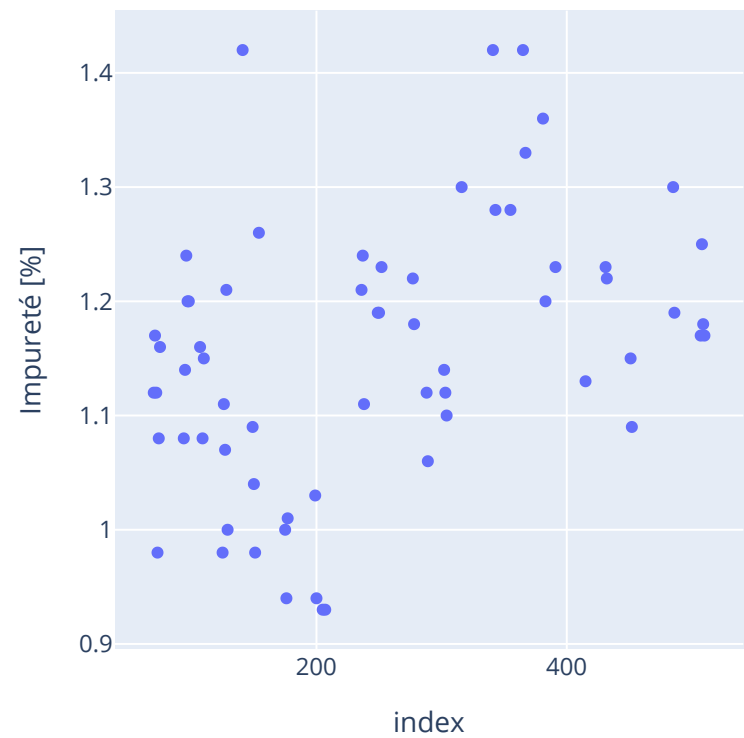
Avant de procéder à la prédiction de la résistance mécanique et de l'allongement de la fonte à partir des mesures d'impureté et de pureté ONO, nous éliminons les valeurs extrêmes. Cette étape permet de réduire la variabilité des données et d'améliorer la fiabilité de notre modèle de régression linéaire.

Une valeur est considérée comme extrême si elle se situe en dehors de l'intervalle défini par $[\bar{x} - 1.5(Q_3 - Q_1), \bar{x} + 1.5(Q_3 - Q_1)]$, où Q_1 et Q_3 , le premier et le troisième quartile de la distribution des données, et $\bar{x}$ la moyenne des données.

La suppression des valeurs extrêmes est effectuée de manière itérative jusqu'à ce qu'il n'en reste plus dans l'ensemble de données.

Les graphiques suivants illustrent l'effet de ce traitement sur les deux principaux indicateurs : l'impureté et la pureté ONO.

Impureté [%] sans ses valeurs extrêmes



Impureté [%] avec ses valeurs extrêmes

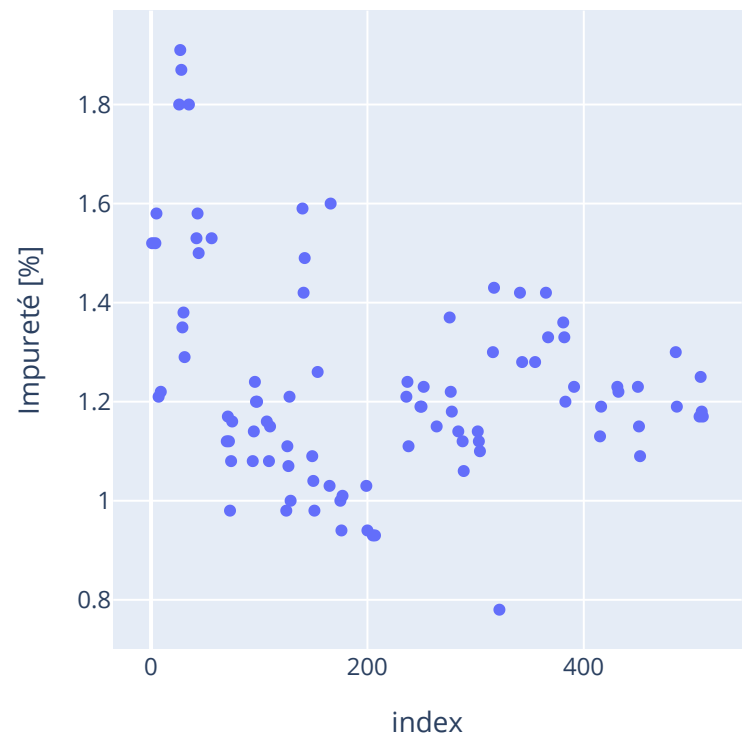
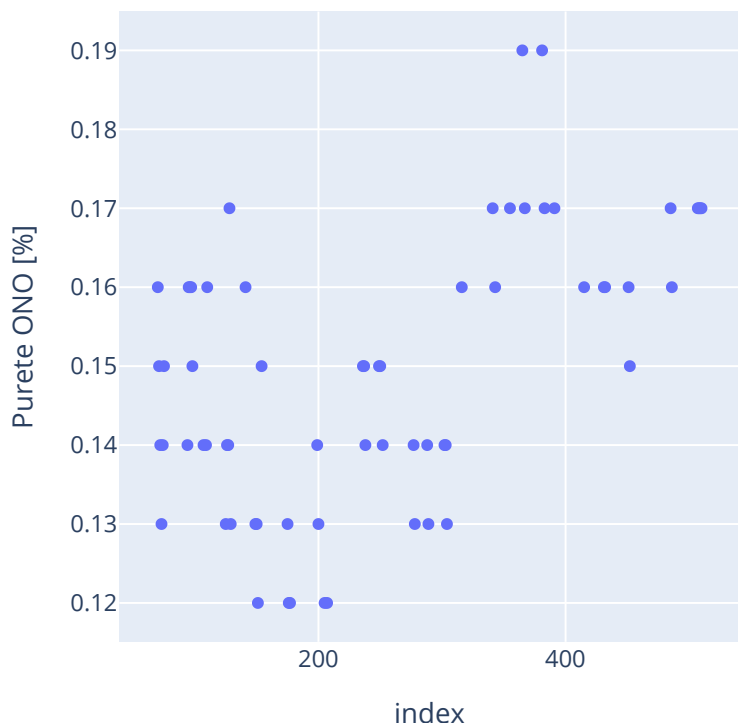


FIGURE 10 – L’impureté avant et après le traitement des valeurs extrêmes.

Pureté ONO [%] sans ses valeurs extrêmes



Pureté ONO [%] avec ses valeurs extrêmes

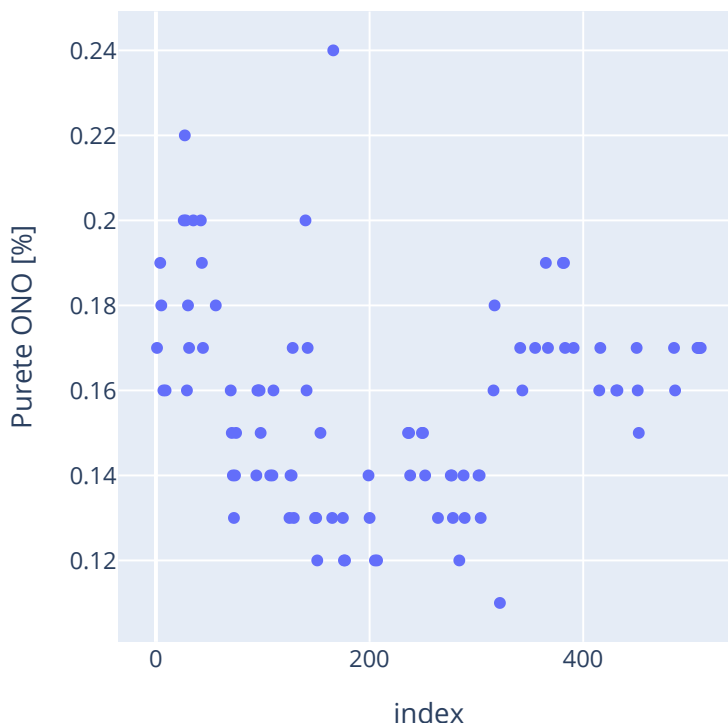


FIGURE 11 – La pureté ONO avant et après le traitement des valeurs extrêmes.

Les figures 10 et 11 montrent la réduction de la dispersion des données après l'élimination des valeurs extrêmes. Ce traitement rend les distributions un peu plus compactes : pour l'impureté, la plage de valeurs passe de 0,78-1,91 à 0,93-1,42, tandis que pour la pureté ONO, elle se resserre de 0,11-0,24 à 0,12-0,19.

Au total, 28 données ont été supprimées, laissant un ensemble de 64 données. Bien que ce nettoyage améliore la qualité des données, les points restants montrent encore une certaine dispersion.

2.6 Régression Linéaire

Dans cette section, nous réalisons une régression linéaire pour analyser les relations entre certains éléments chimiques et les indicateurs pertinents, tels que l'impureté et la pureté ONO. L'objectif est de comprendre comment ces variables influencent les 2 indicateurs ainsi que les 2 mesures normatives que sont la résistance mécanique et l'allongement, et de calculer les intervalles de confiance et puis l'intervalle de prédiction pour les valeurs prédites.

La formule utilisée pour calculer les intervalles de prédiction est la suivante :

$$IP(y_{\text{pred}}) = [y_{\text{pred}} - n \cdot \text{predict_se}, y_{\text{pred}} + n \cdot \text{predict_se}]$$

où :

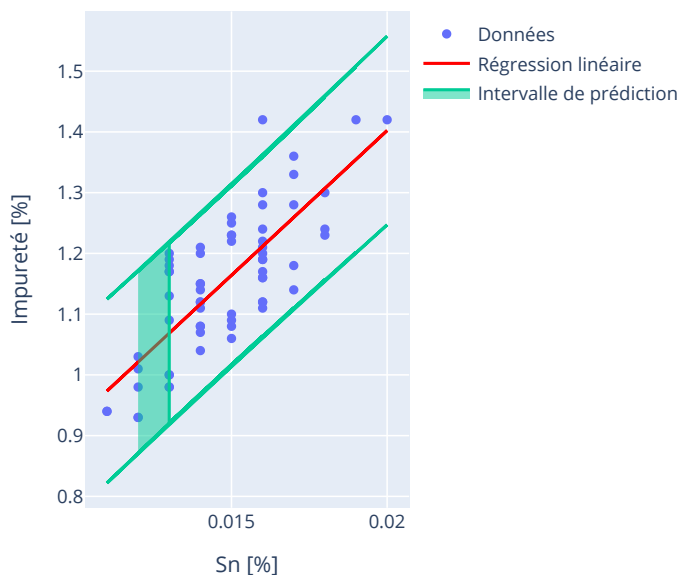
- y_{pred} est la valeur prédite par le modèle de régression linéaire.
- `predict_se` est l'écart-type associé à la prédiction.
- n est un entier naturel qui détermine la largeur de l'intervalle de prédiction.

Pour réaliser la régression, la bibliothèque `statsmodels` de Python a été utilisée, en particulier les modules `sm` pour la régression linéaire et `wls_prediction_std` pour l'estimation des intervalles de prédiction. De plus, la fonction `t` de la bibliothèque `scipy.stats` a été employée pour effectuer les tests statistiques nécessaires.

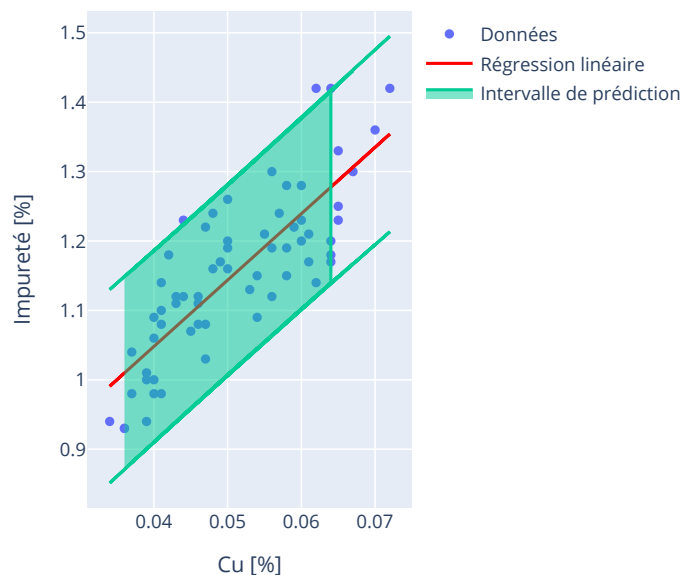
Les figures suivantes illustrent les résultats des régressions linéaires effectuées. Les relations entre l'impureté et les concentrations des éléments chimiques Sn (Étain) et Cu (Cuivre), ainsi qu'entre la pureté ONO et les concentrations des éléments Cr (Chrome) et Cu (Cuivre), ont d'abord été explorées. Ensuite, les régressions linéaires entre la résistance mécanique, l'allongement, et les éléments Sn (Étain), Cr (Chrome), et Cu (Cuivre) ont été analysées.

Ces graphiques présentent non seulement les valeurs prédites par les modèles de régression, mais aussi les intervalles de prédiction avec une largeur de bande fixée à $n = 1,96$.

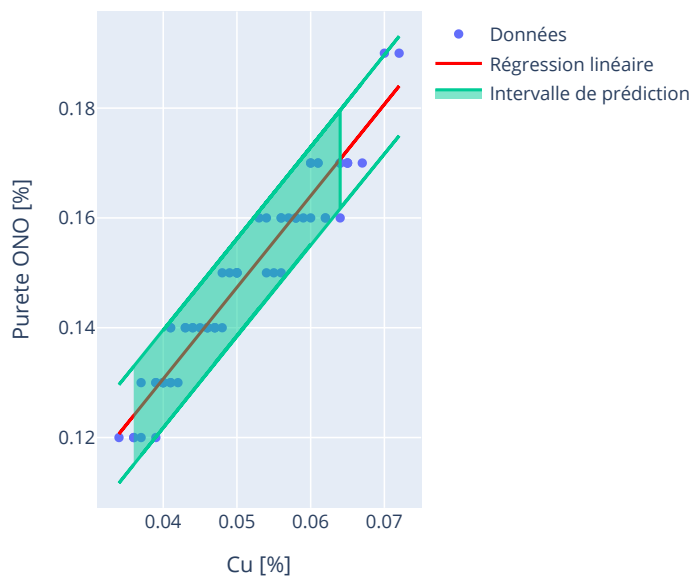
Évolution de l'impureté [%] en fonction de Sn [%]



Évolution de l'impureté [%] en fonction de Cu [%]



Évolution de la pureté ONO [%] en fonction de Cu [%]



Évolution de la pureté ONO [%] en fonction de Cr [%]

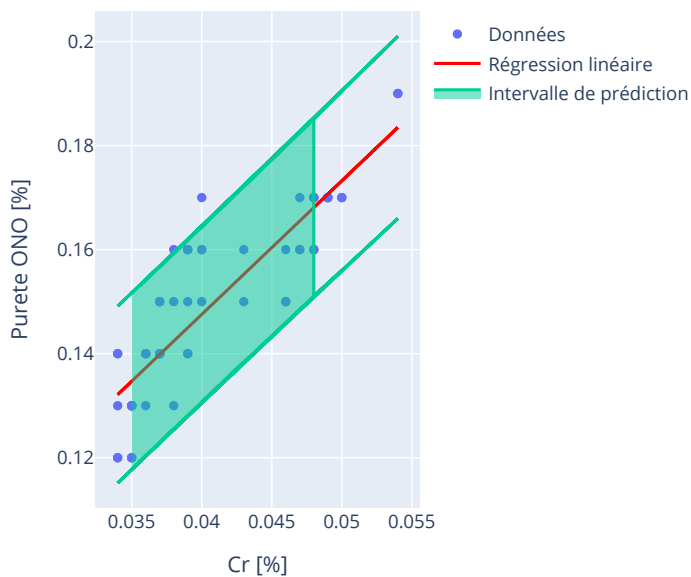
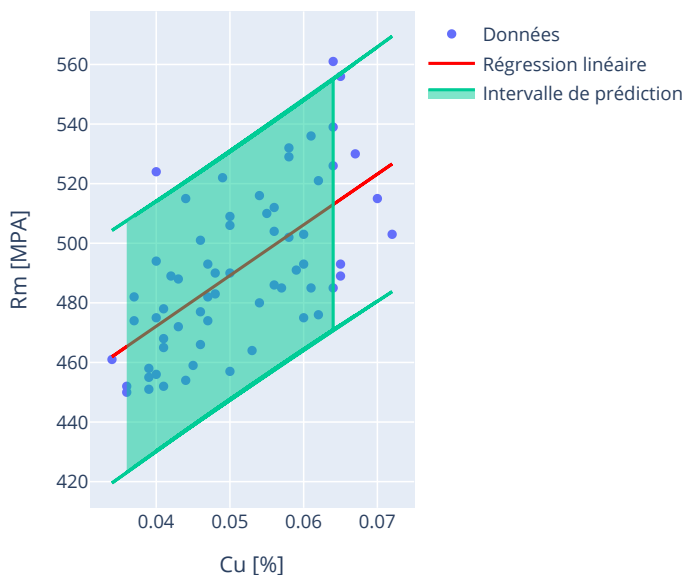
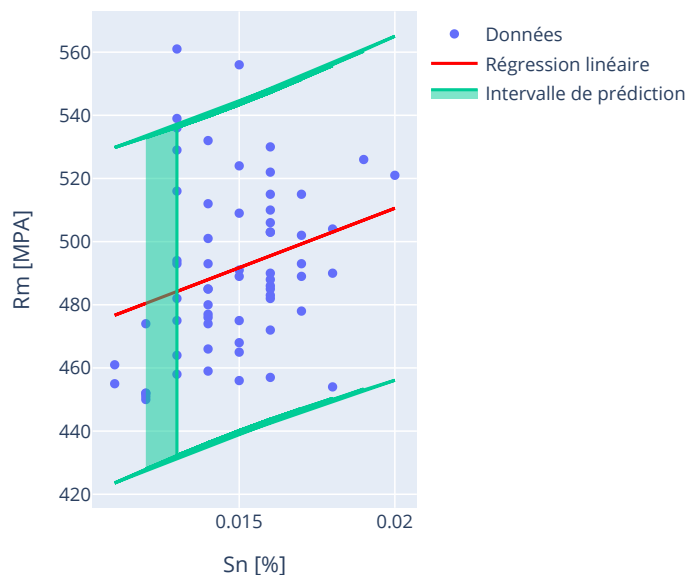


FIGURE 12 – L'impureté et la pureté Ono en fonction de Sn, de Cr et de Cu

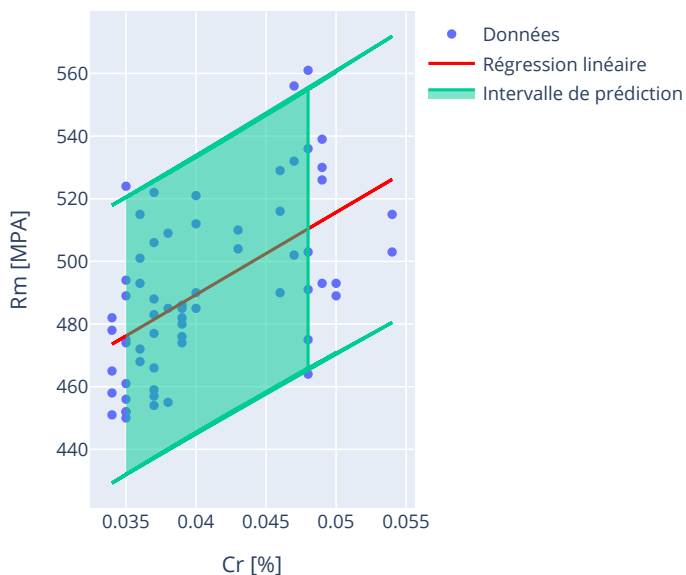
Évolution de la Rm [MPa] en fonction de Cu [%]



Évolution de la Rm [MPa] en fonction de Sn [%]



Évolution de la Rm [MPa] en fonction de Cr [%]



Évolution de l'allongement [%] en fonction de Cr [%]

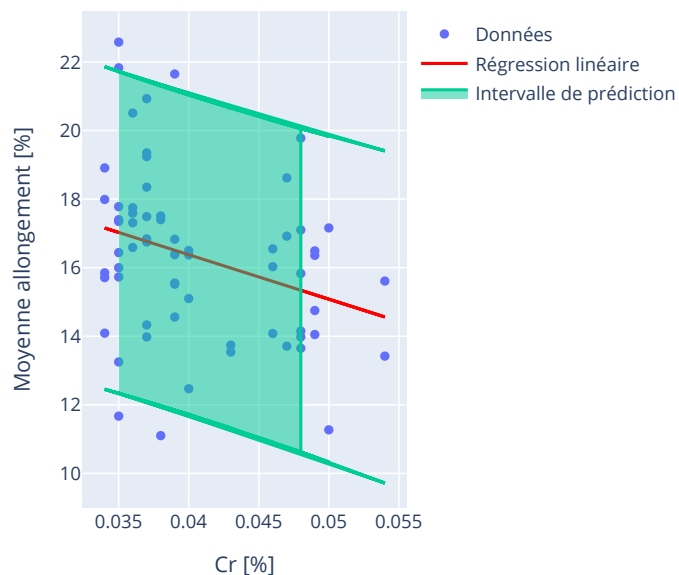
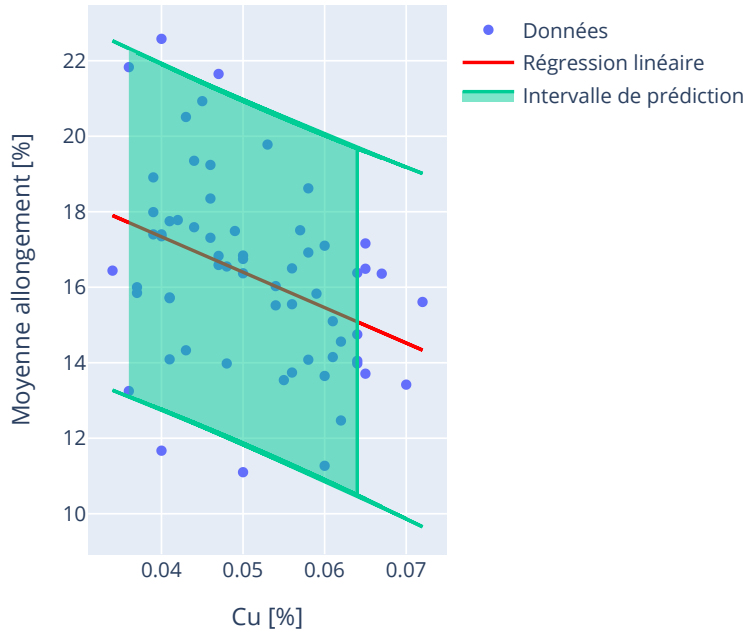


FIGURE 13 – L'allongement et la résistance mécanique en fonction du Cuivre, de Sn, et du Cr

Évolution de l'allongement [%] en fonction de Cu [%]



Évolution de l'allongement [%] en fonction de Sn [%]

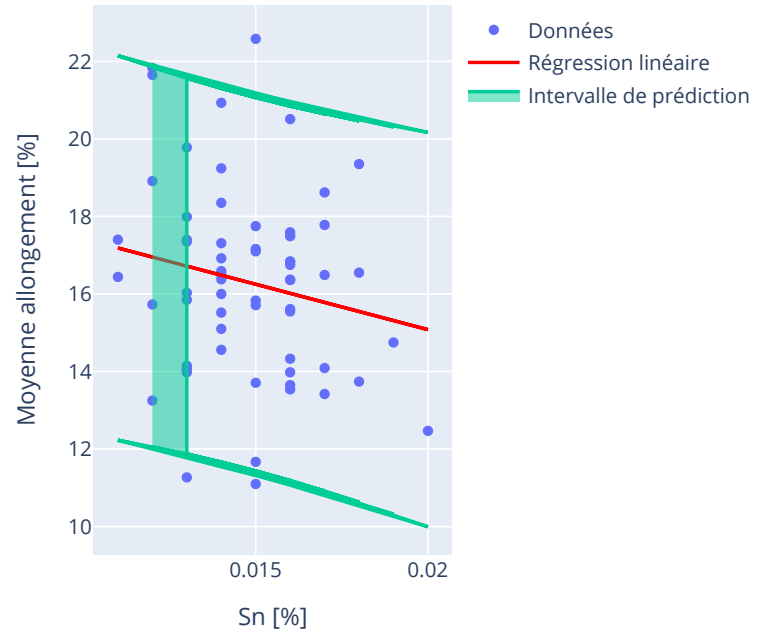


FIGURE 14 – L'allongement en fonction du Cuivre et de Sn

L'analyse révèle une corrélation linéaire notable entre le cuivre et la résistance mécanique, ainsi qu'entre le cuivre et l'allongement, et enfin entre la pureté ONO et le cuivre. En revanche, pour les autres éléments chimiques, la relation linéaire n'est pas évidente, même en élargissant les intervalles de prédiction. Dans ces cas, il est donc plus pertinent de se baser sur les intervalles de confiance.

Intervalles de confiance des indicateurs :

- Impureté : [1.13, 1.19]
- Pureté ONO : [0.145, 0.153]

Intervalles de confiance des éléments chimiques :

- Sn (Étain) : [0.0143, 0.0153]
- Cu (Cuivre) : [0.0488, 0.0538]
- Cr (Chrome) : [0.0392, 0.0422]
- V (Vanadium) : [0.00092, 0.00111]

Conclusion

Compte tenu de la quantité limitée de données disponibles, l'analyse statistique réalisée sur les données de la fonte GS 450-10 ne s'avère pas concluante. L'impureté et la pureté ONO ont été sélectionnées comme les meilleurs substituts à la résistance mécanique et à l'allongement, en se basant sur les matrices de corrélation. Cependant, lorsqu'il s'agit de déterminer les valeurs optimales de ces indicateurs afin de garantir la conformité de la fonte, les résultats obtenus ne sont pas significatifs.

3 La recette Optimale

3.1 Présentation du problème

Dans le cadre du processus de fabrication de 5 tonnes de fontes, l'une des étapes préliminaires fondamentales réside dans la détermination du lit de fusion, c'est-à-dire la proportion des matières premières nécessaires à la fusion. Dans notre cas, on souhaite produire 5 tonnes de fonte de haute qualité.

Pour ce faire, nous disposons d'une trentaine de matières premières, chacune possédant sa propre composition chimique distinctive. Chaque matière première est disponible ou non en quantité limitée et leurs prix varient tout au long de l'année. Ces matières sont issues de diverses sources, comprenant des matériaux métalliques et de construction, ainsi que des retours, c'est-à-dire des résidus provenant des précédents cycles de production.

Par exemple, parmi ces matériaux, on trouve les sabots de freins SNCF, les rails de chemin de fer de 40 cm et de la fonte GS recyclée, dont les prix respectifs sont de 435 euros, 423,90 euros et 374 euros par tonne.

La qualité de la fonte dépend de sa composition chimique, qui doit se situer dans des intervalles spécifiques adaptés au type de fonte recherché, tout en respectant des critères de qualité tels que le niveau d'impuretés et la pureté ONO. Le niveau d'impuretés et la pureté ONO sont déterminés par des combinaisons linéaires des pourcentages d'éléments chimiques présents dans les matières premières.

Par conséquent, l'objectif principal est de déterminer les proportions optimales des matières premières, en vue de minimiser les coûts de production tout en préservant la qualité de la fonte.

3.2 Modélisation du problème

Pour modéliser ce problème de manière optimale, nous avons proposé deux formulations du problème. La première formulation consiste à résoudre le problème suivant :

$$\min_{\mathbf{x}} \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}$$

sous les contraintes :

$$\begin{cases} \mathbf{A}_{eq} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}_{eq} & (\text{Contraintes d'égalité}) \\ \mathbf{A}_{ub} \cdot \mathbf{x} \leq \mathbf{b}_{ub} & (\text{Contraintes d'inégalité}) \end{cases}$$

Variables et Paramètres

- $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^m$: Vecteur représentant les coûts des matières premières. Chaque élément $\mathbf{C}_i$ correspond au coût de la matière première i .
- $\mathbf{x} \in [0, 1]^m$: Vecteur représentant les proportions des matières premières utilisées dans la recette. La dimension de $\mathbf{x}$ est m , correspondant au nombre total de matières premières disponibles. Chaque élément $\mathbf{x}_i$ représente la proportion de la matière première i utilisée dans la recette.
- $\mathbf{A}_{eq} \in \mathbb{R}^{k \times m}$: Matrice des contraintes d'égalité, où k représente le nombre de contraintes d'égalité. Cette matrice impose les contraintes liées à la composition chimique, aux indicateurs de qualité (la pureté Ono et l'impureté), ainsi qu'aux proportions des matières premières.
- $\mathbf{b}_{eq} \in \mathbb{R}^k$: Vecteur des termes constants associés aux contraintes d'égalité.
- $\mathbf{A}_{ub} \in \mathbb{R}^{r \times m}$: Matrice des contraintes d'inégalité. Elle inclut les limites supérieures et inférieures des proportions de certains éléments chimiques et des indicateurs de qualité (la pureté Ono et l'impureté).
- $\mathbf{b}_{ub} \in \mathbb{R}^r$: Vecteur des termes constants associés aux contraintes d'inégalité.

Explications supplémentaires

Pour imposer des contraintes de qualité et les contraintes spécifiques sur les éléments chimiques, on fait les calculs suivants : $\mathbf{O} \cdot \mathbf{A}$ pour la pureté Ono, $\mathbf{I} \cdot \mathbf{A}$ pour l'impureté, et $\mathbf{E} \cdot \mathbf{A}$ pour l'élément chimique spécifique.

Ici, $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ est une matrice contenant les pourcentages des n éléments chimiques présents dans les m matières premières disponibles. Chaque élément a_{ij} représente le pourcentage de l'élément chimique i dans la matière première j .

Les vecteurs $\mathbf{I}$ et $\mathbf{O} \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ contiennent les coefficients des formules d'impureté et de pureté Ono, respectivement. Le vecteur $\mathbf{E} \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ est principalement composé de zéros, sauf à la position correspondant à l'élément chimique ciblé, où il prend la valeur 1.

Selon le type de contrainte, le vecteur résultant est ajouté à $\mathbf{A}_{ub}$ pour les contraintes d'inégalité, ou à $\mathbf{A}_{eq}$ pour les contraintes d'égalité.

De plus, pour garantir que la somme des proportions des matières premières $\sum x_i$ soit égale à 1, on fixe tous les éléments de la dernière ligne de $\mathbf{A}_{eq}$ à 1, et la dernière valeur de $\mathbf{b}_{eq}$ à 1.

Enfin, les contraintes d'inégalité inférieures sont transformées en contraintes de limite supérieure en multipliant par -1 l'inégalité concernée.

La première formulation, bien que correcte, présente un inconvénient lorsqu'on utilise l'algorithme du simplexe pour trouver la solution optimale. L'algorithme du simplexe est conçu pour résoudre des problèmes de programmation linéaire en explorant les sommets

d'un polytope, qui est la région de l'espace définie par l'ensemble des contraintes du problème. Dans notre cas, cela signifie que pour les contraintes d'inégalité, l'algorithme propose des solutions où ces inégalités sont atteintes. Cette situation est problématique lorsqu'il s'agit de contraintes sur des éléments chimiques polluants ou toxiques, où l'on souhaite éviter d'atteindre les valeurs limites imposées par ces contraintes.

Pour remédier à ce problème, la deuxième formulation du problème introduit des variables d'écart $\mathbf{s}_i$ qui permettent de s'assurer que les solutions ne se trouvent pas nécessairement sur les bords du polytope, en ajoutant une pénalité pour sur les contraintes d'inégalité.

La deuxième formulation consiste à résoudre le problème suivant :

$$\min_{\mathbf{x}} \mathbf{C} \cdot \mathbf{x} - \sum \mathbf{s}_i$$

sous les contraintes :

$$\begin{cases} \mathbf{A}_{eq} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}_{eq} \\ \mathbf{A}_{ub} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{s} = \mathbf{b}_{ub} \end{cases}$$

Dans cette formulation, les variables d'écart $\mathbf{s}$ sont ajoutées aux contraintes d'inégalité pour éviter que l'algorithme ne propose des solutions où ces contraintes seraient saturées. Cela permet de trouver une solution qui minimise non seulement les coûts des matières premières, mais également l'impact potentiel des éléments chimiques polluants ou toxiques.

L'algorithme du simplexe, implémenté via la fonction `linprog` de Python, a été utilisé car il a fourni les meilleurs résultats pour les problèmes linéaires sous contrainte linéaire. La section suivante présente cet algorithme.

3.3 L'algorithme du simplexe

L'algorithme du simplexe, développé par George Dantzig en 1947, est une méthode itérative de résolution des problèmes d'optimisation linéaire. Ces problèmes consistent à maximiser ou minimiser une fonction linéaire sous contraintes linéaires. À partir des formulations mathématiques proposées, l'algorithme du simplexe est capable de résoudre efficacement le problème de détermination du lit de fusion.

L'algorithme du simplexe peut également être utilisé pour résoudre un problème d'optimisation linéaire de minimisation. Le problème prend alors la forme suivante :

$$\text{Minimiser } \mathbf{c}^T \mathbf{x} \quad \text{sous les contraintes} \quad \mathbf{A}\mathbf{x} \geq \mathbf{b}, \quad \mathbf{x} \geq 0$$

où :

- $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur des coefficients de la fonction objective,
- $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ est la matrice des contraintes,
- $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^m$ est le vecteur des termes constants dans les contraintes,
- $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur des variables décisionnelles.

Le problème est d'abord mis sous forme canonique, c'est-à-dire que toutes les contraintes sont exprimées sous forme d'égalités. Cela est réalisé en ajoutant des variables d'écart aux inégalités. Le problème canonique devient alors :

$$\text{Minimiser } \mathbf{c}^\top \mathbf{x} \quad \text{sous les contraintes} \quad A\mathbf{x} - \mathbf{s} = \mathbf{b}, \quad \mathbf{x}, \mathbf{s} \geq 0$$

où $\mathbf{s} \in \mathbb{R}^m$ est le vecteur des variables d'excès.

1. Calcul des variables de base réalisables :

- L'algorithme du simplexe sépare la matrice A en deux sous-matrices :
 - A_B : Les colonnes associées aux variables de base, formant une matrice carrée inversible.
 - A_H : Les colonnes associées aux variables hors-base.

On définit l'ensemble des indices $B \subset \{1, \dots, n\}$ pour les variables de base, avec $\text{card}(B) = m$, et H comme son complémentaire pour les variables hors-base.

- Les variables de base X_B sont obtenues en résolvant le système linéaire suivant :

$$X_B = A_B^{-1}b.$$

Pour que la solution soit faisable, il est nécessaire que $X_B \geq 0$, c'est-à-dire que toutes les variables de base soient non négatives.

2. Calcul des coûts réduits :

- Les coûts réduits λ_H mesurent l'impact de l'introduction d'une variable hors-base dans la solution actuelle. Ils sont calculés par $\lambda_H = c_H - c_B A_B^{-1} A_H$, où c_H et c_B sont les coefficients de la fonction objective correspondant aux variables hors-base et de base, respectivement.
- Si tous les coûts réduits sont négatifs ou nuls ($\lambda_H \leq 0$), alors la solution actuelle est optimale, car aucune autre variable ne peut améliorer la fonction objective. Dans ce cas, l'algorithme s'arrête.

3. Choix de la variable entrante :

- Si des coûts réduits sont positifs, cela signifie qu'il est possible d'améliorer la fonction objective. La variable associée au coût réduit le plus élevé est choisie comme variable entrante. Cela correspond à l'indice $e = \arg \max_i \{\lambda_H\}_i$ tel que $\lambda_H > 0$.

4. Choix de la variable sortante :

- Une fois la variable entrante déterminée, il faut choisir une variable de base à remplacer pour conserver la faisabilité de la solution.
- On calcule $z = A_B^{-1} A^e$, qui représente la direction dans laquelle nous allons ajuster la solution en introduisant la nouvelle variable.
- La variable sortante est celle qui atteint sa limite en premier, ce qui est déterminé par l'indice $s = \arg \min_i \left\{ \frac{(X_B)_i}{z_i} \right\}$ tel que $z_i > 0$.

5. Mise à Jour de la Base :

- Après avoir déterminé les variables entrante et sortante, la nouvelle base B^* est formée en remplaçant la colonne A^s par la colonne A^e dans la matrice A_B .
- On recalcule ensuite A_B^{-1} avec cette nouvelle base, et on retourne à l'étape 1 pour poursuivre l'optimisation.

3.4 Implémentation et Résultats

Pour résoudre le problème d'optimisation de la recette de fonte, nous avons recours à des solveurs de programmation linéaire tels que linprog de la bibliothèque SciPy en Python. Le code Python ci-dessous illustre l'approche utilisée pour déterminer la recette optimale :

```
1  def create_optimal_recipe(recette, table_mp, mp_constraints,
2      elmt_quality_constraints, dossier_data):
3      df_mp, df_elmt_and_quality = mp_constraints[recette],
4          elmt_quality_constraints[recette]
5      df_constraints_element, df_constraints_qualite, df_mp_dispo,
6          df_mp_indispo = Separate_data(table_mp, df_mp,
7          df_elmt_and_quality)
8      # Suppression des matières premières indisponibles
9      table_mp = clean_table_mp(table_mp, df_mp_indispo)
10     # Construction de la matrice A et du vecteur C
11     A, C = create_matrix_A_and_C(table_mp, df_mp_dispo)
12     # Initialisation des listes pour les contraintes
13     constraints = {'A^eq': {}, 'b_eq': {}, 'A_sup': {}, 'b_sup': {} }
14     # contraintes concernant les éléments chimiques
15     constraints = format_constraints_elements(df_constraints_element,
16         A, constraints)
17     # contraintes concernant la qualité
18     constraints = format_constraints_qualite(df_constraints_qualite, A
19         , constraints)
20     # contraintes concernant les matières premières disponibles
21     constraints, bounds = format_constraints_MP(df_mp_dispo,
22         constraints)
23     # Résoudre le problème d'optimisation linéaire
24     method = 'simplex'
25     res, erreurs = solve_linear_program(C, constraints, bounds,
26         method)
27     # Gestion du résultat
28     gestion_resultats(erreurs, res, df_mp_dispo, table_mp,
29         constraints, dossier_data, recette)
30     return
```

Listing 1 – Extrait de code générant une recette optimale

Chaque nuance de fonte GS possède des spécificités en termes de matières premières utilisées et de contraintes de qualité à respecter. Par exemple, les retours bleus sont exclusivement utilisés pour les nuances GS 450-10 et GS 400-15, tandis que les retours jaunes sont réservés aux deux autres nuances. Les figures ci-dessous présentent les contraintes pour les nuances GS 400-15 et GS 450-10 :

Code Article	Article	C	Si	Mn	Cu	Cr
10	Retour GL 200	3,400	2,000	0,450	0,160	0,140
11	Retour GL 250	3,350	1,950	0,650	0,160	0,110
12	Retour Jaune	3,650	2,620	0,400	0,300	0,090
13	Retour Bleu	3,650	2,640	0,220	0,060	0,050

P	Ni	Mo	Sn	Sb	Al	S	Mg	Pb	Ti	As	Bi	V
0,150	0,020	0,020	0,020	0,000	0,010	0,050	0,000	0,000	0,020	0,010	0,000	0,010
0,070	0,060	0,020	0,020	0,000	0,000	0,050	0,000	0,000	0,010	0,010	0,000	0,000
0,050	0,040	0,010	0,020	0,010	0,010	0,010	0,050	0,000	0,010	0,001	0,000	0,010
0,030	0,010	0,010	0,020	0,010	0,010	0,010	0,050	0,000	0,010	0,001	0,000	0,010

FIGURE 15 – Illustration du tableau matières premières

	Composant	Impurété	ONO	C	Si	Mn	Cu	Cr
GS 400-15	Valeur Min par four	1,100	0.145	3,550	1,900			
	Valeur visée					0,150		
	Valeur Max par four	1,220	0.20	3,650	2,100	0,200	0,100	0,050

P	Ni	Mo	Sn	Sb	Al	S	Mg	Pb	Ti	As	Bi	V
0,030	0,020	0,010	0,015									

	Composant	Impurété	ONO	C	Si	Mn	Cu	Cr
GS 450-10	Valeur Min par four	1,100	0.145	3,550	2,100	0,150		
	Valeur visée							
	Valeur Max par four	1,220	0.20	3,650	2,200	0,250	0,070	0,050

P	Ni	Mo	Sn	Sb	Al	S	Mg	Pb	Ti	As	Bi	V
0,030	0,015	0,006	0,015	0,005	0,018	0,030	0,050	0,030	0,015	0,005	0,002	0,005

FIGURE 16 – Les contraintes qualités de la fonte GS 400-15 et GS 450-10

GS 400-15

Code Article	Article	Price	Available?	Metallic?	Min Share	Share to Consume	Max Share
Code Article	Article	Prix	Disponible ?	Métallique ?	Part Min	Part à consommer	Part Max
10	Retour GL 200	460,00	0	1	0,00		1,00
11	Retour GL 250	460,00	0	1	0,00		1,00
12	Retour Jaune	510,00	0	1	0,00		1,00
13	Retour Bleu	530,00	1	1	0,00		0,35
14	Retour GL200 EMAIL	460,00	0	0	0,00		1,00
15	Retours GL200 CTP	450,00	0	0	0,00		1,00
92655248	ferro silicum 75 en vrac	1 520,00	1	1	0,00		1,00

FIGURE 17 – Les contraintes matières premières

Article				Prix	Proportion	Valeur (/T)		C	Si	Mn	Cu	Cr
13. Retour Bleu				530,00 €	40,00%	212,00 €		3,650	2,640	0,220	0,060	0,050
FDN0609. FONTE D'AFFINAGE				530,00 €	22,00%	116,60 €		4,250	0,763	0,038	0,001	0,019
FDN1204. FRITE HAUT SILICIUM				500,00 €	10,00%	50,00 €		0,100	3,000	0,150	0,125	0,035
FDN0172. Frites Mn				507,00 €	20,00%	101,40 €		0,100	0,016	0,350	0,020	0,032
FDN1089. CARBONE 99.05 5-10MM				954,00 €	1,00%	9,54 €		96,04	0,000	0,000	0,000	0,000
92655248. ferro silicum 75 en vrac				1 520,00 €	0,65%	9,88 €		0,000	71,25	0,000	0,000	0,000
FDN0184. Disque				430,00 €	8,00%	34,40 €		3,500	1,900	0,450	0,200	0,160
Somme						101,65%	533,82 €	3,665	2,142	0,217	0,057	0,047
P	Ni	Mo	Sn	Sb	Al	S	Mg	Pb	Ti	As	Bi	V
0,030	0,010	0,010	0,020	0,010	0,010	0,010	0,050	0,000	0,010	0,001	0,000	0,010
0,027	0,002	0,007	0,001	0,003	0,003	0,014	0,004	0,005	0,011	0,001	0,004	0,000
0,010	0,013	0,001	0,058	0,007	0,036	0,017	0,001	0,002	0,004	0,005	0,002	0,000
0,007	0,010	0,001	0,000	0,007	0,046	0,006	0,001	0,002	0,003	0,003	0,002	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,040	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,160	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,024	0,008	0,006	0,014	0,007	0,017	0,023	0,021	0,002	0,007	0,002	0,001	0,004

FIGURE 18 – La recette de la fonte GS 450-10 de la fonderie

Article				Prix	Proportion	Valeur (/T)		ONO	Impurete	C	Si	Mn	Cu
13. Retour Bleu				530,00 €	62,84%	333,05 €				3,650	2,640	0,220	0,060
FDN0609. FONTE D'AFFINAGE				530,00 €	18,20%	96,44 €				4,250	0,763	0,038	0,001
FDN0172. Frites Mn				507,00 €	17,07%	86,57 €				0,100	0,016	0,350	0,020
FDN0184. Disque				430,00 €	1,35%	5,80 €				3,500	1,900	0,450	0,200
FDN1089. CARBONE 99.05 5-10MM				954,00 €	0,44%	4,16 €				96,040	0,000	0,000	0,000
92655248. ferro silicum 75 en vrac				1 520,00 €	0,10%	1,57 €				0,000	71,250	0,000	0,000
Résultats						100,00%	527,60 €	0,1490	1,0671	3,5500	1,9000	0,2110	0,0440
Cr	P	Ni	Mo	Sn	Sb	Al	S	Mg	Pb	Ti	As	Bi	V
0,050	0,030	0,010	0,010	0,020	0,010	0,010	0,010	0,050	0,000	0,010	0,001	0,000	0,010
0,019	0,027	0,002	0,007	0,001	0,003	0,003	0,014	0,004	0,005	0,011	0,001	0,004	0,000
0,032	0,007	0,010	0,001	0,000	0,007	0,046	0,006	0,001	0,002	0,003	0,003	0,002	0,000
0,160	0,040	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,160	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,0425	0,0255	0,0084	0,0077	0,0128	0,0080	0,0147	0,0120	0,0323	0,0013	0,0088	0,0013	0,0011	0,0063

FIGURE 19 – La recette de la fonte GS 450-10 de l'algorithme du simplexe version 1

Article				Prix	Proportion	Valeur (/T)	ONO	Impurete	C	Si	Mn	Cu	
FDN0609. FONTE D'AFFINAGE				530,00 €	52,94%	280,57 €			4,250	0,763	0,038	0,001	
FDN1204. FRITE HAUT SILICIUM				500,00 €	24,95%	124,75 €			0,100	3,000	0,150	0,125	
FDN0184. Disque				430,00 €	19,15%	82,33 €			3,500	1,900	0,450	0,200	
FDN0172. Frites Mn				507,00 €	1,80%	9,13 €			0,100	0,016	0,350	0,020	
FDN1089. CARBONE 99.05 5-10MM				954,00 €	0,63%	5,99 €			96,040	0,000	0,000	0,000	
92655248. ferro silicum 75 en vrac				1 520,00 €	0,54%	8,18 €			0,000	71,250	0,000	0,000	
Résultats					100,00%	510,95 €	0,1692	1,2152	3,5500	1,9000	0,1500	0,0704	
Cr	P	Ni	Mo	Sn	Sb	Al	S	Mg	Pb	Ti	As	Bi	V
0,019	0,027	0,002	0,007	0,001	0,003	0,003	0,014	0,004	0,005	0,011	0,001	0,004	0,000
0,035	0,010	0,013	0,001	0,058	0,007	0,036	0,017	0,001	0,002	0,004	0,005	0,002	0,000
0,160	0,040	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,160	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,032	0,007	0,010	0,001	0,000	0,007	0,046	0,006	0,001	0,002	0,003	0,003	0,002	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,0500	0,0246	0,0045	0,0040	0,0150	0,0035	0,0114	0,0424	0,0024	0,0032	0,0069	0,0018	0,0027	0,0000

FIGURE 20 – La recette de la fonte GS 450-10 de l'algorithme du simplexe version 2

Article					Prix	Proportion	Valeur (/T)	C	Si	Mn	Cu	Cr
FDN0184. Disque					430,00 €	25,00%	107,50 €	3,500	1,900	0,450	0,200	0,160
12. Retour Jaune					510,00 €	25,00%	127,50 €	3,650	2,620	0,400	0,300	0,090
FDN1089. CARBONE 99.05 5-10MM					954,00 €	1,15%	10,97 €	96,04	0,000	0,000	0,000	0,000
FDN0172. Frites Mn					507,00 €	25,00%	126,75 €	0,100	0,016	0,350	0,020	0,032
FDN1204. FRITE HAUT SILICIUM					500,00 €	5,00%	25,00 €	0,100	3,000	0,150	0,125	0,035
92655248. ferro silicum 75 en vrac					1 520,00 €	0,45%	6,84 €	0,000	71,25	0,000	0,000	0,000
13. Retour Bleu					530,00 €	20,00%	106,00 €	3,650	2,640	0,220	0,060	0,050
FDN0263. Cuivre					8 900,00 €	0,14%	12,46 €	0,000	0,000	0,000	100,0	0,000
Somme						101,74%	523,02 €	3,652	2,133	0,351	0,288	0,082
P	Ni	Mo	Sn	Sb	Al	S	Mg	Pb	Ti	As	Bi	V
0,040	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,160	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,050	0,040	0,010	0,020	0,010	0,010	0,010	0,050	0,000	0,010	0,001	0,000	0,010
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,007	0,010	0,001	0,000	0,007	0,046	0,006	0,001	0,002	0,003	0,003	0,002	0,000
0,010	0,013	0,001	0,058	0,007	0,036	0,017	0,001	0,002	0,004	0,005	0,002	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,030	0,010	0,010	0,020	0,010	0,010	0,010	0,050	0,000	0,010	0,001	0,000	0,010
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,031	0,015	0,005	0,012	0,007	0,018	0,047	0,023	0,001	0,005	0,001	0,001	0,004

FIGURE 21 – La recette de la fonte GS 600-3 de la fonderie

Article					Prix	Proportion	Valeur (/T)	ONO	Impurete	C	Si	Mn		
FDN0172. Frites Mn					507,00 €	65,55%	332,34 €			0,100	0,016	0,350		
12. Retour Jaune					510,00 €	15,73%	80,20 €			3,650	2,620	0,400		
FDN1204. FRITE HAUT SILICIUM					500,00 €	14,23%	71,17 €			0,100	3,000	0,150		
FDN1089. CARBONE 99.05 5-10MM					954,00 €	3,02%	28,77 €			96,040	0,000	0,000		
92655248. ferro silicum 75 en vrac					1 520,00 €	1,47%	22,41 €			0,000	71,250	0,000		
Résultats						100,00%	534,89 €	0,2000	1,1000	3,5500	1,9000	0,3137		
Cu	Cr	P	Ni	Mo	Sn	Sb	Al	S	Mg	Pb	Ti	As	Bi	V
0,020	0,032	0,007	0,010	0,001	0,000	0,007	0,046	0,006	0,001	0,002	0,003	0,003	0,002	0,000
0,300	0,090	0,050	0,040	0,010	0,020	0,010	0,010	0,010	0,050	0,000	0,010	0,001	0,000	0,010
0,125	0,035	0,010	0,013	0,001	0,058	0,007	0,036	0,017	0,001	0,002	0,004	0,005	0,002	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,0781	0,0401	0,0139	0,0147	0,0024	0,0114	0,0072	0,0369	0,0079	0,0087	0,0016	0,0041	0,0028	0,0016	0,0016

FIGURE 22 – La recette de la fonte GS 600-3 de l'algorithme du simplexe version 1

Article					Prix	Proportion	Valeur (/T)		ONO	Impurete	C	Si	Mn	Cu
FDN0172. Frites Mn					507,00 €	65,55%	332,34 €				0,100	0,016	0,350	0,020
12. Retour Jaune					510,00 €	15,73%	80,20 €				3,650	2,620	0,400	0,300
FDN1204. FRITE HAUT SILICIUM					500,00 €	14,23%	71,17 €				0,100	3,000	0,150	0,125
FDN1089. CARBONE 99.05 5-10MM					954,00 €	3,02%	28,77 €				96,040	0,000	0,000	0,000
92655248. ferro silicum 75 en vrac					1 520,00 €	1,47%	22,41 €				0,000	71,250	0,000	0,000
Résultats						100,00%	534,89 €		0,2000	1,1000	3,5500	1,9000	0,3137	0,0781
Cr	P	Ni	Mo	Sn	Sb	Al	S	Mg	Pb	Ti	As	Bi	V	
0,032	0,007	0,010	0,001	0,000	0,007	0,046	0,006	0,001	0,002	0,003	0,003	0,002	0,000	
0,090	0,050	0,040	0,010	0,020	0,010	0,010	0,010	0,050	0,000	0,010	0,001	0,000	0,010	
0,035	0,010	0,013	0,001	0,058	0,007	0,036	0,017	0,001	0,002	0,004	0,005	0,002	0,000	
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	
0,0401	0,0139	0,0147	0,0024	0,0114	0,0072	0,0369	0,0079	0,0087	0,0016	0,0041	0,0028	0,0016	0,0016	

FIGURE 23 – La recette de la fonte GS 600-3 de l’algorithme du simplexe version 2

Pour la GS 450-10 et la GS 600-3, les coûts initiaux des recettes proposées par la fonderie sont de 533,82 euros et 523,02 euros respectivement. En appliquant la première formulation du problème, ces coûts ont été optimisés pour atteindre 527,60 euros pour la GS 450-10 et 534,89 euros pour la GS 600-3. La deuxième formulation, quant à elle, a maintenu un coût proche pour la GS 450-10, tandis qu’elle a permis de réduire le coût de la GS 600-3 à 510,90 euros. Ces résultats montrent un compromis entre le coût et la qualité, où la première formulation privilégie l’économie, tandis que la deuxième vise une qualité supérieure de la fonte, avec un impact minimal sur les coûts. D’autres recettes supplémentaires sont disponibles en annexe.

4 Le Traitement au Magnésium de la fonte GS

4.1 Présentation du problème

Cette section est consacrée à l’optimisation de la production de fonte à graphite sphéroïdal (GS) réalisée sur la ligne de moulage DISAMATIC, en particulier au processus de sphéroïdisation. Cette étape critique consiste à introduire du magnésium (Mg) dans la fonte avant la coulée, sous forme d’alliage, à l’aide d’un fil fourré d’un prix de 1,12 € le mètre.

Avant d’ajouter le fil fourré, la fonte doit d’abord être produite. La fonderie dispose de deux fours de fusion d’une capacité de 5 tonnes chacun. La préparation du lit de fusion, qui consiste à charger les matières premières, prend 25 minutes, tandis que la fusion elle-même

dure 45 minutes. Il est supposé que la fonte produite par les fours de fusion ne contient pas de magnésium.

Une fois la fonte créée, elle est versée dans des poches pour être transportée. Deux types de poches sont utilisés : la poche de traitement et la poche de coulée, chacune ayant une capacité de 1250 kg de fonte. La fonte est ensuite reçue dans le four de coulée.

Concernant le four de coulée, certaines règles spécifiques doivent être respectées. Ce four, qui a une capacité maximale de 5 tonnes, doit toujours contenir au moins 2500 kg de fonte. Si cette quantité minimale n'est pas respectée, le four pourrait être endommagé. Par conséquent, la production des moules ne commence qu'après l'ajout de la troisième poche de fonte.

Le pourcentage de magnésium dans la fonte doit être maintenu entre $Mg_{min} = 0,035\%$ et $Mg_{max} = 0,045\%$. Cette contrainte sur la teneur en magnésium est essentielle pour garantir la qualité des pièces finales tout en minimisant le coût du fil fourré.

Le programme de production journalier varie en fonction du type, de la taille et de la quantité des pièces à réaliser. Cela entraîne des fluctuations dans le nombre de mottes à produire, la masse des grappes et le nombre de moules fabriqués par heure.

En général, une perte de magnésium de $eC = 0,0005\%$ par minute est observée dans le four de coulée. En outre, lors du transfert de la fonte entre la cabine de fil fourré et le four de coulée, une perte supplémentaire de $0,001\%$ par minute est estimée. Le traitement au magnésium dure environ 10 minutes, ce qui signifie que la fonte met 10 minutes pour passer du processus de fusion au four de coulée.

L'objectif principal est de déterminer la longueur de fil fourré à utiliser pour chaque poche de traitement, de manière à ce que le four de coulée atteigne le pourcentage maximal de magnésium fixé à $0,045\%$. Le second objectif est d'optimiser le moment du lancement de la prochaine poche de traitement, en fonction du rythme de production des moules.

Les figures ci-dessous illustrent le processus de traitement de la fonte GS pour les trois premières poches.

Processus de traitement de la poche 1

Paramètres sur la production :

Durée de la fusion des matières premières : 45 min

**Transvasement
dans la poche de
Traitement**



PFF = 3750 kg

Paramètres généraux du traitement :

MasseFil = 418 g/m
MasseMgFil = 43 g/m
PFC min = 2500 kg
PFC max = 4000 kg
Mg min = 0.035 %
Mg max = 0.045 %

R = 95 %
eC = 0.0005 %
eP = 0.001 %
DureeTraitement = 10 min

**Traitement de la
fonte**



PPT = 1250 kg S = 0.011 %
TPT = 1480 °C Mg = 0,05 %
L = 15.935 m

**Transvasement de
la fonte dans la
poche de coulée**



PPC = 1250 kg
TPC = 1480 °C

**Transvasement de
la fonte dans le four
de coulée**



PFC = 3750 kg
Mg = 0,045 %

Processus de traitement de la poche 2

Paramètres sur la production :

Durée de la fusion des matières premières : 45 min

**Transvasement
dans la poche de
Traitement**



PFF = 2500 kg

Paramètres généraux du traitement :

MasseFil = 418 g/m
MasseMgFil = 43 g/m
PFC min = 2500 kg
PFC max = 4000 kg
Mg min = 0.035 %
Mg max = 0.045 %

R = 95 %
eC = 0.0005 %
eP = 0.001 %
DureeTraitement = 10 min

**Traitement de la
fonte**



PPT = 1250 kg S = 0.011 %
TPT = 1480 °C Mg = 0,05 %
L = 15.935 m

**Transvasement de
la fonte dans la
poche de coulée**



PPC = 1250 kg
TPC = 1480 °C

**Transvasement de
la fonte dans le four
de coulée**



PFC = 3750 kg
Mg = 0,045 %

FIGURE 24 – Le Traitement au MG des Poche 1 et Poche 2

Processus de traitement de la poche 3

Paramètres sur la production :

Durée de la fusion des matières premières : 45 min

Transvasement dans la poche de Traitement



PFF = 1250 kg

Paramètres généraux du traitement :

MasseFil = 418 g/m
MasseMgFil = 43 g/m
PFC min = 2500 kg
PFC max = 4000 kg
Mg min = 0.035 %
Mg max = 0.045 %

R = 95 %
eC = 0.0005 %
eP = 0.001 %
DureeTraitement = 10 min

Paramètres sur la consommation :

Quantités de mottes à réaliser : 200
Masse des grappes : 35 kg
Nombre de Moules par heure : 160

Traitement de la fonte



PPT = 1250 kg S = 0.011 %
TPT = 1480 °C Mg = 0,05 %
L = 15.935 m

Transvasement de la fonte dans la poche de coulée



PPC = 1250 kg
TPC = 1480 °C

Transvasement de la fonte dans le four de coulée



PFC = 3750 kg
Mg = 0,045 %

Production de moules



Légende :

PFF : Masse fonte disponible dans le four de Fusion (en Kg).
PPT, PPC : Masse fonte dans la poche de traitement et dans la poche de coulée (en Kg).
TPT, TPC : Température de la fonte dans la poche de traitement et dans la poche de coulée (en °C).
PFC : Masse de la fonte dans le four de coulée au moment du calcul (en Kg).
Mg : Pourcentage de Magnésium dans le four de coulée (en %).
L : Longueur théorique du fil fourré à utiliser (en m).
S : Taux de soufre de la fonte au moment du traitement GS (en %).
Mg : Pourcentage de Magnésium résiduel souhaité dans la poche de traitement (en %).
MasseFil : Masse métrique de fil fourré (en g/m).

MasseMgFil : Masse métrique de magnésium dans le fil fourré (en g/m).
Mg min, Mg max : Pourcentage de Magnésium minimal et maximal dans le four de coulée (en %).
PFC min, PFC max : Masse fonte minimal et maximale dans le four de coulée (en Kg).
R : Rendement en magnésium de l'opération (en %).
eC : Pourcentage de perte de magnésium par minute dans le four de coulée (en %).
eP : Pourcentage de perte de magnésium par minute dans la poche (en %).
DureeTraitement : Durée total du traitement (en minutes).

FIGURE 25 – Le Traitement au MG de la Poche 3

4.2 Implémentation et Résultats

Ce problème peut être divisé en deux phases distinctes :

1. **Régime transitoire** : Cette phase correspond à l'ajout des trois premières poches de fonte dans le four de coulée. L'objectif est d'atteindre un pourcentage de magnésium (Mg) de 0,045 % après l'ajout de la troisième poche. Il s'agit donc de déterminer la longueur de fil fourré à introduire dans chaque poche de traitement pour atteindre cette cible.
2. **Régime établi** : Une fois le régime transitoire terminé, la production des pièces commence. Durant cette phase, il est crucial de déterminer le moment optimal pour lancer le traitement des poches suivantes, tout en calculant la longueur de fil fourré à ajouter à chaque fois pour maintenir la teneur en magnésium dans les limites fixées.

Pour déterminer la quantité d'alliage au magnésium (ou de fil fourré dans notre cas) à introduire dans chaque poche, on utilise la relation empirique suivante :

$$Q = P \cdot \frac{0.76(S - 0.01) + K + t \cdot eP}{\frac{R \cdot Mg}{100}} \cdot \left(\frac{T}{1450} \right)^2$$

Variables et paramètres :

- **Q** : Quantité d'alliage au magnésium à utiliser (en kg)
- **P** : Poids de fonte à traiter (en kg)
- **S** : Taux de soufre de la fonte de base (en %)
- **t** : Temps de séjour prévu pour la fonte après traitement (en minutes)
- **eP** : Pourcentage de perte de magnésium par minute dans la poche (%)
- **T** : Température de la fonte au moment du traitement (en degrés Celsius)
- **R** : Rendement en magnésium de l'opération (en %)
- **Mg** : Taux de magnésium dans l'alliage (en %)
- **K** : Quantité de magnésium résiduel nécessaire pour que le graphite soit sous forme sphéroïdal (en %)

Dans la phase transitoire, l'objectif est de déterminer les paramètres **K₁**, **K₂** et **K₃** afin d'assurer que la teneur en magnésium (Mg) dans le four de coulée respecte les seuils souhaités après l'ajout de la troisième poche. Pour garantir cela, nous imposons la condition suivante :

$$K_{\max} \cdot (P_1 + P_2 + P_3) = K_1 \cdot P_1 - P_1 \cdot 2 \cdot mg_{\text{perdu}} + K_2 \cdot P_2 - P_2 \cdot mg_{\text{perdu}} + K_3 \cdot P_3$$

où : $mg_{\text{perdu}} = \text{DureeTraitement} \times eC$ Les variables P_1 , P_2 , P_3 sont les masses de fonte des trois poches, et $K_{\max} = 0.045$

Pour utiliser la même longueur de fil fourré dans chaque poche, on ajoute les conditions supplémentaires : $Q_1 = Q_2$ et $Q_1 = Q_3$. Cela génère un système de trois équations avec trois inconnues.

Dans le cadre du régime établi, il est nécessaire d'ajouter de la fonte pour deux raisons principales :

1. Le pourcentage de magnésium (Mg) devient insuffisant pour maintenir la qualité de la production.
2. La quantité de fonte disponible dans le four de maintien approche du minimum critique.

Afin d'anticiper ces situations, nous avons calculé le temps disponible avant qu'une intervention ne soit nécessaire, à partir du taux de perte de magnésium par minute dans le four de coulée et du rythme de production des moules.

Le calcul du temps avant que la fonte disponible ne devienne insuffisante est basé sur la consommation de fonte par minute, liée au nombre de moules produits par heure et à la masse de fonte par moule. Voici les étapes détaillées :

```

1 # Temps admissible avant l'ajout de fonte dans le four de maintien,
2 # pour éviter d'atteindre la quantité minimale de fonte (en kg).
3 consommation_fonte_min = nb_moules_heure * masse_grappe / 60 # kg/min
4 fonte_four_consommable = masse_fonte_coulee - masse_fonte_coulee_min
5 temps_epuis_fonte = fonte_four_consommable / consommation_fonte_min
6 delai_avt_traitement_fonte_four = temps_epuis_fonte - temps_traitement

```

Listing 2 – Calcul du temps avant épuisement de la fonte

- **consommation_fonte_min** : Consommation de fonte en kg par minute, basée sur le rythme de production des moules.
- **fonte_four_consommable** : Quantité de fonte disponible avant d'atteindre le seuil critique.
- **temps_epuis_fonte** : Temps estimé avant que la fonte ne soit épuisée.
- **delai_avt_traitement_fonte_four** : Délai disponible avant de devoir ajouter de la fonte, en tenant compte du temps de traitement.

Le pourcentage de magnésium dans la fonte diminue progressivement au cours du processus de production. Le temps avant que ce pourcentage atteigne un seuil critique est calculé de la manière suivante :

```

1 # Temps admissible avant l'ajout de magnésium dans le four de maintien,
2 # pour éviter d'atteindre le pourcentage minimal de Mg.
3 pct_mg_four_consommable = pct_mg_fonte_coulee - pct_mg_fonte_coulee_min
4 temps_epuis_mg = pct_mg_four_consommable / pct_perdu_mg_coulee_min
5 delai_avt_traitement_mg_four = temps_epuis_mg - temps_traitement

```

Listing 3 – Calcul du temps avant épuisement du magnésium

- **pct_mg_four_consommable** : Pourcentage de magnésium consommable avant d'atteindre le seuil minimal.

- **temps_epuis_mg** : Temps estimé avant que le pourcentage de magnésium ne devienne insuffisant.
- **delai_avt_traitement_mg_four** : Délai disponible avant de devoir ajouter du magnésium.

Le moment optimal pour lancer le traitement est déterminé en prenant le minimum entre le délai avant que la fonte ne soit épuisée et le délai avant que le pourcentage de magnésium ne devienne insuffisant. Cela garantit que l'intervention se fait au moment opportun pour éviter tout dysfonctionnement du processus de production.

```
1 delai_avt_traitement = min(temps_epuis_fonde,
    delai_avt_traitement_mg_four)
```

Listing 4 – Calcul du délai avant traitement optimal

Conclusion et Perspectives

Pour conclure cette partie, il est notable qu'une grande différence a été observée entre le calcul théorique de la longueur de fil fourré, estimée entre 15 et 20 mètres, et la longueur mesurée en pratique, qui s'élève à 68 mètres. Cet écart significatif suggère que les estimations théoriques pourraient être améliorées en affinant les paramètres utilisés dans les calculs et/ou la démarche suivie pour répondre au problème.

Pour les travaux futurs, il serait bénéfique d'intégrer des variables supplémentaires afin de mieux modéliser le système. En particulier, il serait pertinent de prendre en compte :

- La durée du changement de moules pour chaque pièce.
- La durée des pannes indéterminées qui peuvent survenir.

Conclusion générale

Ce stage, divisé en trois grandes parties, a permis d'explorer plusieurs aspects cruciaux de la production de fonte à travers une approche mathématique et statistique. La première partie a été consacrée à l'étude statistique, comprenant le nettoyage et le pré-traitement des données. La deuxième partie a porté sur la détermination de la recette optimale en utilisant l'algorithme du simplexe. Enfin, la troisième partie s'est concentrée sur l'optimisation du processus de sphérodisation, notamment en déterminant la longueur optimale du fil fourré et le timing idéal pour l'ajout de chaque poche de traitement.

L'utilisation de l'algorithme du simplexe a permis de développer une méthode automatisée pour calculer les recettes optimales en fonction des contraintes spécifiques du problème. Les résultats obtenus sont prometteurs pour des applications futures sur le terrain. Deux approches principales ont été mises en avant : l'une axée sur la minimisation des coûts, et l'autre sur la combinaison de la minimisation des coûts avec l'amélioration de la qualité de la fonte.

En revanche, l'étude statistique visant à évaluer la conformité de la fonte et le traitement au magnésium n'a pas fourni des résultats entièrement satisfaisants en raison du manque de données et d'informations. Malgré cela, des indicateurs comme l'impureté et la pureté ONO se sont révélés être les critères les plus pertinents pour évaluer la qualité de la fonte.

Concernant la sphérodisation, un écart a été observé entre les données théoriques et pratiques, soulignant la nécessité d'une analyse plus approfondie pour affiner ces paramètres dans un contexte opérationnel.

Références

- [1] Fonderie de Niederbronn. *Site web de la Fonderie de Niederbronn*. Accessible à l'adresse : <https://www.fonderie-de-niederbronn.com/>.
- [2] Alain Reynaud. *Oligo-éléments & fontes*. ETIF, 2009.
- [3] Salim Haddadi. *Programmation linéaire - Une approche mathématique et algorithmique*. Références sciences, vol. 1, Ellipses, 2021.
- [4] J.-F Scheid. *Cours de Graphes et Recherche Opérationnelle*. Disponible en ligne : https://scheid.perso.math.cnrs.fr/Enseignement/coursGRO_PL.pdf.
- [5] Centre Technique des Industries de la Fonderie. *Fabrication de la fonte à graphite sphéroïdal par les procédés au magnésium (Addition à la poche d'alliages au magnésium)*, juin 1972.
- [6] Sorelmetal. *Principes et applications de l'analyse des fontes et Méthodes d'analyse des fontes*, 2005.
- [7] Franck Kootz *Les Fours à induction, Aspects Métallurgiques au four*, 2023.
- [8] Sorelmetal. *Fonte à graphite sphéroïdal (Fonte GS)*. Disponible en ligne : https://www.soudeurs.com/telechargements/130-sorelmetal_fonte_gs_Deddi-Fr.pdf.
- [9] Rawen Jday. *Caractérisation microstructurale du graphite sphéroïdal formé lors de la solidification et à l'état solide*. Thèse de doctorat, Université Toulouse, 2017. Disponible en ligne : https://theses.hal.science/tel-04228112v1/file/JDAY_Rawen.pdf.

A La recette optimale

Voici les recettes d'autres types de fontes GS :

Article				Prix	Proportion	Valeur (/T)	C	Si	Mn	Cu	Cr	
13. Retour Bleu				530,00 €	25,00%	132,50 €	3,650	2,640	0,220	0,060	0,050	
FDN0609. FONTE D'AFFINAGE				530,00 €	50,00%	265,00 €	4,250	0,763	0,038	0,001	0,019	
FDN1204. FRITE HAUT SILICIUM				500,00 €	25,00%	125,00 €	0,100	3,000	0,150	0,125	0,035	
FDN1089. CARBONE 99.05 5-10MM				954,00 €	0,55%	5,25 €	96,04	0,000	0,000	0,000	0,000	
92655248. ferro silicum 75 en vrac				1 520,00 €	0,20%	3,04 €	0,000	71,25	0,000	0,000	0,000	
Somme					100,75%	530,79 €	3,591	1,934	0,112	0,047	0,031	
P	Ni	Mo	Sn	Sb	Al	S	Mg	Pb	Ti	As	Bi	V
0,030	0,010	0,010	0,020	0,010	0,010	0,010	0,050	0,000	0,010	0,001	0,000	0,010
0,027	0,002	0,007	0,001	0,003	0,003	0,014	0,004	0,005	0,011	0,001	0,004	0,000
0,010	0,013	0,001	0,058	0,007	0,036	0,017	0,001	0,002	0,004	0,005	0,002	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,024	0,007	0,006	0,020	0,006	0,013	0,014	0,015	0,003	0,009	0,002	0,003	0,003

FIGURE 26 – La recette de la fonte GS 400-15 de la fonderie

Article				Prix	Proportion	Valeur (/T)	ONO	Impurete	C	Si	Mn	Cu	
FDN0609. FONTE D'AFFINAGE				530,00 €	61,69%	326,93 €			4,250	0,763	0,038	0,001	
13. Retour Bleu				530,00 €	25,43%	134,80 €			3,650	2,640	0,220	0,060	
FDN1204. FRITE HAUT SILICIUM				500,00 €	12,15%	60,75 €			0,100	3,000	0,150	0,125	
92655248. ferro silicum 75 en vrac				1 520,00 €	0,69%	10,53 €			0,000	71,250	0,000	0,000	
FDN1089. CARBONE 99.05 5-10MM				954,00 €	0,04%	0,38 €			96,040	0,000	0,000	0,000	
Résultats					100,00%	533,38 €	0,1117	0,9462	3,6000	2,0000	0,0976	0,0311	
Cr	P	Ni	Mo	Sn	Sb	Al	S	Mg	Pb	Ti	As	Bi	V
0,019	0,027	0,002	0,007	0,001	0,003	0,003	0,014	0,004	0,005	0,011	0,001	0,004	0,000
0,050	0,030	0,010	0,010	0,020	0,010	0,010	0,010	0,050	0,000	0,010	0,001	0,000	0,010
0,035	0,010	0,013	0,001	0,058	0,007	0,036	0,017	0,001	0,002	0,004	0,005	0,002	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,0287	0,0255	0,0054	0,0070	0,0128	0,0052	0,0088	0,0132	0,0153	0,0033	0,0098	0,0015	0,0027	0,0025

FIGURE 27 – La recette de la fonte GS 400-15 de l'algorithme du simplexe version 1

Article					Prix	Proportion	Valeur (/T)	ONO	Impurete	C	Si	Mn	Cu
FDN0609. FONTE D'AFFINAGE					530,00 €	51,77%	274,35 €			4,250	0,763	0,038	0,001
13. Retour Bleu					530,00 €	35,00%	185,50 €			3,650	2,640	0,220	0,060
FDN1204. FRITE HAUT SILICIUM					500,00 €	12,90%	64,50 €			0,100	3,000	0,150	0,125
92655248. ferro silicum 75 en vrac					1 520,00 €	0,27%	4,14 €			0,000	71,250	0,000	0,000
FDN1089. CARBONE 99.05 5-10MM					954,00 €	0,06%	0,59 €			96,040	0,000	0,000	0,000
Résultats						100,00%	529,09 €	0,1263	1,0789	3,5500	1,9000	0,1160	0,0376
Cr	P	Ni	Mo	Sn	Sb	Al	S	Mg	Pb	Ti	As	Bi	V
0,019	0,027	0,002	0,007	0,001	0,003	0,003	0,014	0,004	0,005	0,011	0,001	0,004	0,000
0,050	0,030	0,010	0,010	0,020	0,010	0,010	0,010	0,050	0,000	0,010	0,001	0,000	0,010
0,035	0,010	0,013	0,001	0,058	0,007	0,036	0,017	0,001	0,002	0,004	0,005	0,002	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,0319	0,0258	0,0062	0,0073	0,0150	0,0060	0,0097	0,0129	0,0197	0,0028	0,0097	0,0015	0,0023	0,0035

FIGURE 28 – La recette de la fonte GS 400-15 de l'algorithme du simplexe version 2

Article				Prix	Proportion	Valeur (/T)	C	Si	Mn	Cu	Cr	
12. Retour Jaune				510,00 €	40,00%	204,00 €	3,650	2,620	0,400	0,300	0,090	
FDN0184. Disque				430,00 €	25,00%	107,50 €	3,500	1,900	0,450	0,200	0,160	
FDN1089. CARBONE 99.05 5-10MM				954,00 €	1,00%	9,54 €	96,04	0,000	0,000	0,000	0,000	
FDN1204. FRITE HAUT SILICIUM				500,00 €	5,00%	25,00 €	0,100	3,000	0,150	0,125	0,035	
FDN0172. Frites Mn				507,00 €	20,00%	101,40 €	0,100	0,016	0,350	0,020	0,032	
13. Retour Bleu				530,00 €	10,00%	53,00 €	3,650	2,640	0,220	0,060	0,050	
92655248. ferro silicum 75 en vrac				1 520,00 €	0,25%	3,80 €	0,000	71,25	0,000	0,000	0,000	
Somme					101,25%	504,24 €	3,685	2,118	0,372	0,186	0,089	
P	Ni	Mo	Sn	Sb	Al	S	Mg	Pb	Ti	As	Bi	V
0,050	0,040	0,010	0,020	0,010	0,010	0,010	0,050	0,000	0,010	0,001	0,000	0,010
0,040	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,160	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,010	0,013	0,001	0,058	0,007	0,036	0,017	0,001	0,002	0,004	0,005	0,002	0,000
0,007	0,010	0,001	0,000	0,007	0,046	0,006	0,001	0,002	0,003	0,003	0,002	0,000
0,030	0,010	0,010	0,020	0,010	0,010	0,010	0,050	0,000	0,010	0,001	0,000	0,010
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,035	0,020	0,005	0,013	0,007	0,016	0,047	0,025	0,001	0,006	0,001	0,001	0,005

FIGURE 29 – La recette de la fonte GS 500-7 de la fonderie

Article						Prix	Proportion	Valeur (/T)	ONO	Impurete	C	Si	Mn	
FDN0172. Frites Mn						507,00 €	64,08%	324,88 €			0,100	0,016	0,350	
FDN1204. FRITE HAUT SILICIUM						500,00 €	15,16%	75,79 €			0,100	3,000	0,150	
12. Retour Jaune						510,00 €	13,46%	68,67 €			3,650	2,620	0,400	
FDN1089. CARBONE 99.05 5-10MM						954,00 €	3,00%	28,60 €			96,040	0,000	0,000	
FDN0184. Disque						430,00 €	2,86%	12,28 €			3,500	1,900	0,450	
92655248. ferro silicum 75 en vrac						1 520,00 €	1,44%	21,93 €			0,000	71,250	0,000	
Résultats							100,00%	532,16 €	0,2000	1,1000	3,5500	1,9000	0,3137	
Cu	Cr	P	Ni	Mo	Sn	Sb	Al	S	Mg	Pb	Ti	As	Bi	V
0,020	0,032	0,007	0,010	0,001	0,000	0,007	0,046	0,006	0,001	0,002	0,003	0,003	0,002	0,000
0,125	0,035	0,010	0,013	0,001	0,058	0,007	0,036	0,017	0,001	0,002	0,004	0,005	0,002	0,000
0,300	0,090	0,050	0,040	0,010	0,020	0,010	0,010	0,010	0,050	0,000	0,010	0,001	0,000	0,010
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,200	0,160	0,040	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,160	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,0779	0,0425	0,0139	0,0138	0,0021	0,0115	0,0069	0,0363	0,0123	0,0075	0,0016	0,0039	0,0028	0,0016	0,0013

FIGURE 30 – La recette de la fonte GS 500-7 de l'algorithme du simplexe version 1

Article				Prix	Proportion	Valeur (/T)		ONO	Impurete	C	Si	Mn	Cu
FDN0172. Frites Mn				507,00 €	59,46%	301,45 €				0,100	0,016	0,350	0,020
FDN1204. FRITE HAUT SILICIUM				500,00 €	18,06%	90,32 €				0,100	3,000	0,150	0,125
FDN0184. Disque				430,00 €	11,83%	50,85 €				3,500	1,900	0,450	0,200
12. Retour Jaune				510,00 €	6,37%	32,48 €				3,650	2,620	0,400	0,300
FDN1089. CARBONE 99.05 5-10MM				954,00 €	2,94%	28,07 €				96,040	0,000	0,000	0,000
92655248. ferro silicum 75 en vrac				1 520,00 €	1,34%	20,42 €				0,000	71,250	0,000	0,000
Résultats						100,00%	523,58 €	0,2000	1,1000	3,5500	1,9000	0,3139	0,0772
Cr	P	Ni	Mo	Sn	Sb	Al	S	Mg	Pb	Ti	As	Bi	V
0,032	0,007	0,010	0,001	0,000	0,007	0,046	0,006	0,001	0,002	0,003	0,003	0,002	0,000
0,035	0,010	0,013	0,001	0,058	0,007	0,036	0,017	0,001	0,002	0,004	0,005	0,002	0,000
0,160	0,040	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,160	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,090	0,050	0,040	0,010	0,020	0,010	0,010	0,010	0,050	0,000	0,010	0,001	0,000	0,010
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,0500	0,0139	0,0108	0,0014	0,0118	0,0061	0,0345	0,0262	0,0040	0,0016	0,0031	0,0028	0,0016	0,0006

FIGURE 31 – La recette de la fonte GS 500-7 de l'algorithme du simplexe version 2